

Doktorantūros ataskaita

Mindaugas Kepalas (IV kursas, II semestras)

2025-03-18

Doktorantūros suvestinė

Doktorantas

Mindaugas Kepalas

Disertacijos tema

Optimalus vietų išdėstymas tinkle

Doktorantūros vadovas

prof. dr. (HP) Julius Žilinskas

Doktorantūros laikotarpis

2020 spalio 1 d. — 2025 kovo 31 d.

Kursas, semestras

IV kursas II semestras (pusmetį buvau
akademinėse atostogose)

Studijų plano suvestinė

Studijų metai	Egzaminai		Dalyvavimas konferencijose		Publikacijos		
	Planas	Įvykdyta	Planas	Įvykdyta	Planas	Įvykdyta	Būklė
I (2020/2021)	2	2					
II (2021/2022)	2	2	1	2			
III (2022/2023)			1	1	1	1	Priimta
IV (2023/2024)					1	1	Recenzuojama

Ataskaitinio pusmečio suvestinė

Dalyvavimas konferencijose		
Planas	Įvykdyta	Konferencijos tipas

Publikacijos			
Planas	Įvykdyta	Būklė	Publikacijos tipas
Publikacija moksliniame žurnale, turinčiame cituojamumo rodiklį	Mindaugas Kepalas, Julius Žilinkas. "Global Optimization Algorithm for Constrained Multi-Location Problems". Optimization Letters. https://link.springer.com/journal/11590	Recenzuojamas	Su cituojamumo rodikliu

Doktorantūros Studijų Suvestinė (Konferencijos)

Dalyvavimas konferencijose		
Planas	Įvykdyta	Konferencijos tipas
	Mindaugas Kepalas, Julius Žilinskas. “Optimizing Locations on a Network”. EURO 2022 konferencija, 2022 liepos 3-6, Helsinkis, Suomija.	Tarptautinė
Disertacijos tyrimo rezultatų pristatymas tarptautinėje konferencijoje (I)	Mindaugas Kepalas, Julius Žilinskas. “Facility Locations on a Network”. Europt 2022 konferencija, 2022 liepos 29-30, Lisabona, Portugalija.	Tarptautinė
Disertacijos tyrimo rezultatų pristatymas tarptautinėje konferencijoje (II)	Mindaugas Kepalas, Julius Žilinskas. “2-Dimensional Net-Constrained Clustering Problem”. The 2023 World Congress on Global Optimization (WCGO 2023), Atėnai, Graikija, liepos 10-14 d.	Tarptautinė
DAMSS	Tris kartu dalyvavau DAMSS konferencijoje (2021, 2022 ir 2023 metais)	Nacionalinė

Doktorantūros Studijų Suvestinė (Publikacijos)

Publikacijos			
Planas	Įvykdyta	Būklė	Publikacijos tipas
III kursas: publikacija moksliniame žurnale, turinčiame cituojamumo rodiklį	Mindaugas Kepalas, Julius Žilinkas. “Solving Net-Constrained Clustering Problem”. Journal of Nonlinear and Variational Analysis, Volume 8, Issue 6, 1 December 2024, Pages 987-1012. https://jnva.biemdas.com/archives/2498	Priimta	Su cituojamumo rodikliu
IV kursas: publikacija moksliniame žurnale, turinčiame cituojamumo rodiklį	Mindaugas Kepalas, Julius Žilinkas. “Global Optimization Algorithm for Constrained Multi-Location Problems”. Optimization Letters. https://link.springer.com/journal/11590	Recenzuojama	Su cituojamumo rodikliu

Mokslinių tyrimų ir disertacijos rengimo etapai

Darbo pavadinimas	Atlikimo terminai	Pastabos
Disertacijos tikslų ir uždavinių formulavimas	2021 rugsėjo mėn.	Atlikta
Literatūros apžvalga	Visu doktorantūros metu	Atlikta
Uždavinių teorinis tyrimas	Visu doktorantūros metu	Atlikta
Optimizavimo algoritmų programavimas (uždavinių sprendimas)	Visu doktorantūros metu	Atlikta
Mokslinės literatūros (straipsnių, knygų) skaitymas, sisteminimas, analizė	Visu doktorantūros metu	Atliekama
Dalyvavimas konferencijoje (-ose)	Visu doktorantūros metu	Atlikta
Moksliniai straipsniai	2025 gruodžio 31 d.	Pirmas straipsnis priimtas, antras įteiktas žurnalui
Disertacijos rašymas	2025 sausio 1 d. - 2025 kovo 31 d.	Atliekama (atlikta maždaug 70%)
Disertacijos įteikimas	2025 birželio mėn.	

Gauti moksliniai rezultatai ir planai ateinantiems metams

IV kurso II semestre gauti moksliniai rezultatai: žr. mokslinę ataskaitą, pirmas straipsnis priimtas, antras straipsnis parengtas ir įteiktas žurnalui.

Tolimesni planai:

- 1.** Iki birželio galo pabaigti rašyti disertaciją.
- 2.** Pagal situaciją paruošti 3 straipsnį, jeigu 2 straipsnis nebūtų priimtas.

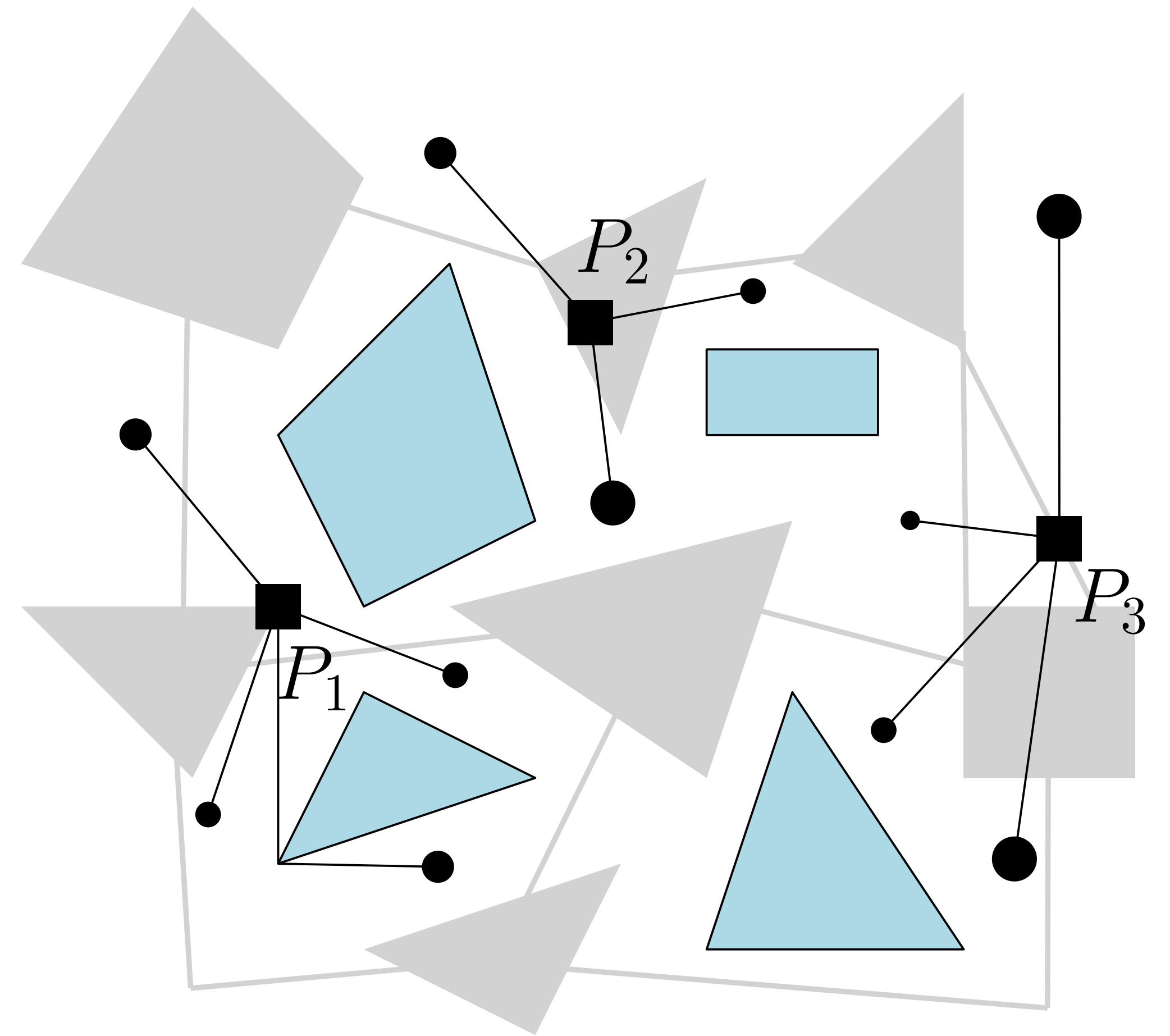
Tyrimo objektas

Tyrimo objektas

- **Lokacijų uždaviniai apribotoje plokštumos dalyje** (siekiama “išdėlioti” tam tikrą skaičių taškų plokštumos poaibyje taip, kad būtų optimizuota tam tikra tikslo funkcija.)

Tyrimo objektas

- **Lokacijų uždaviniai apribotoje plokštumos dalyje** (siekiama “išdėlioti” tam tikrą skaičių taškų plokštumos poaibyje taip, kad būtų optimizuota tam tikra tikslo funkcija.)



Pirmasis uždavinys

Pirmasis uždavinys

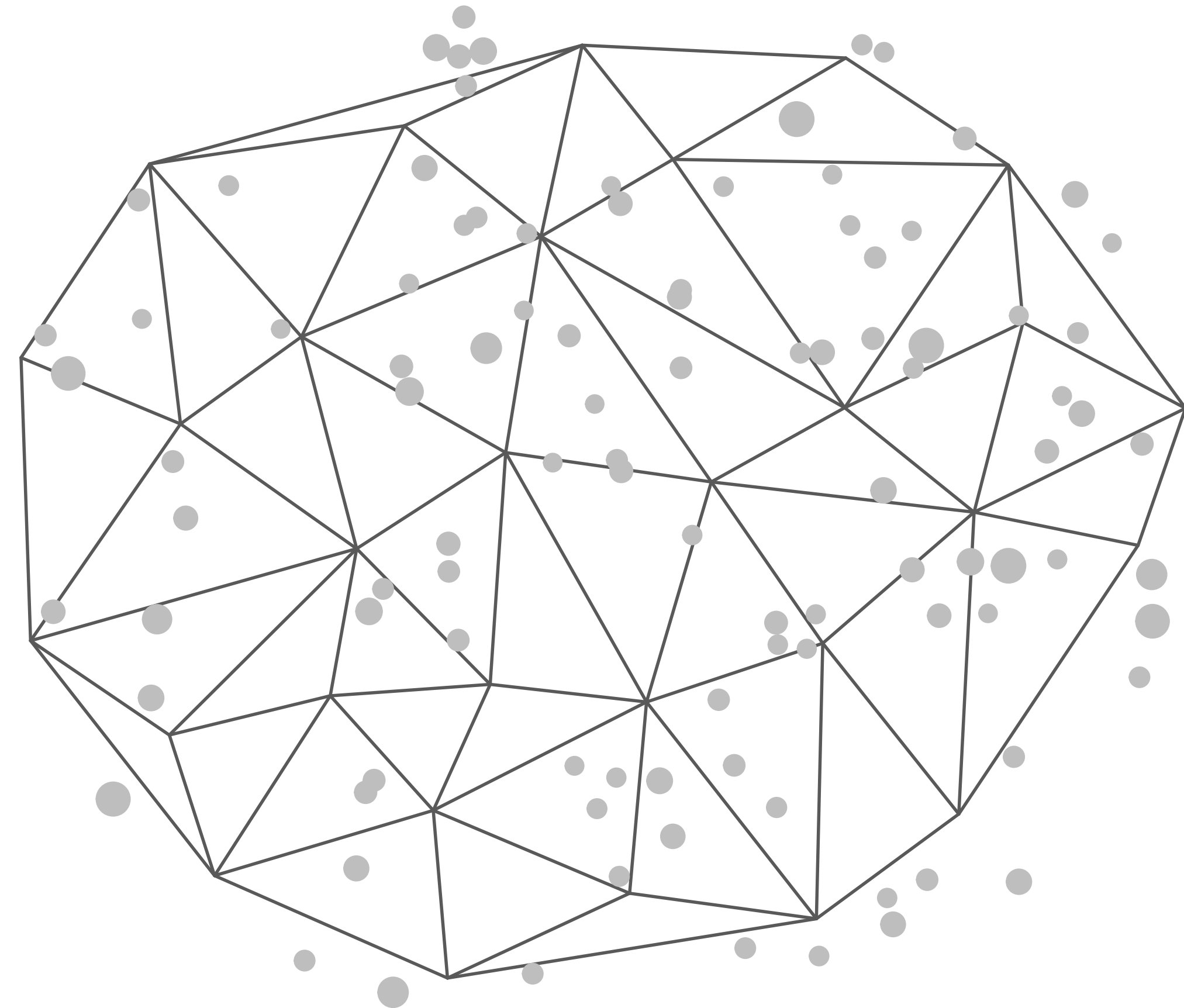
- **Duota:**

- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- “Tinklas” \mathcal{N} (šis “tinklas” yra M segmentų sąjunga)
- Klasterių skaičius K

Pirmasis uždavinys

- **Duota:**

- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- “Tinklas” \mathcal{N} (šis “tinklas” yra M segmentų sąjunga)
- Klasterių skaičius K



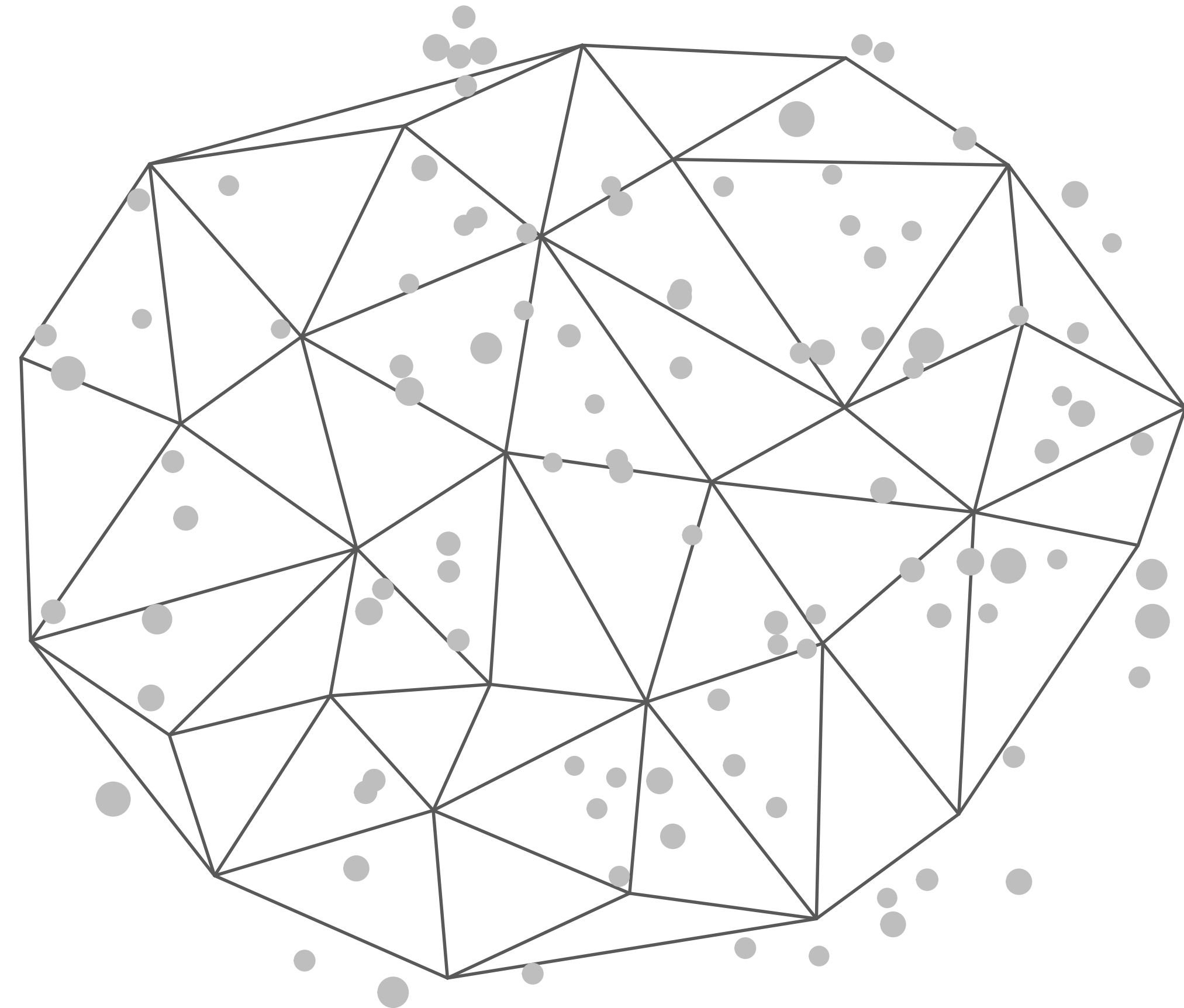
Pirmasis uždavinys

- **Duota:**

- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- “Tinklas” \mathcal{N} (šis “tinklas” yra M segmentų sąjunga)
- Klasterių skaičius K

- **Uždavinys.** Rasti klasterius $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ su atitinkamais centrais Q_1, Q_2, \dots, Q_K , kurie sprendžia uždavinį

$$\min_{Q_1, Q_2, \dots, Q_K} \sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{C}_k} w_i \left\| P_i - Q_k \right\|_2^2 \quad \text{s.t.} \quad Q_k \in \mathcal{N}, k = 1, \dots, K$$



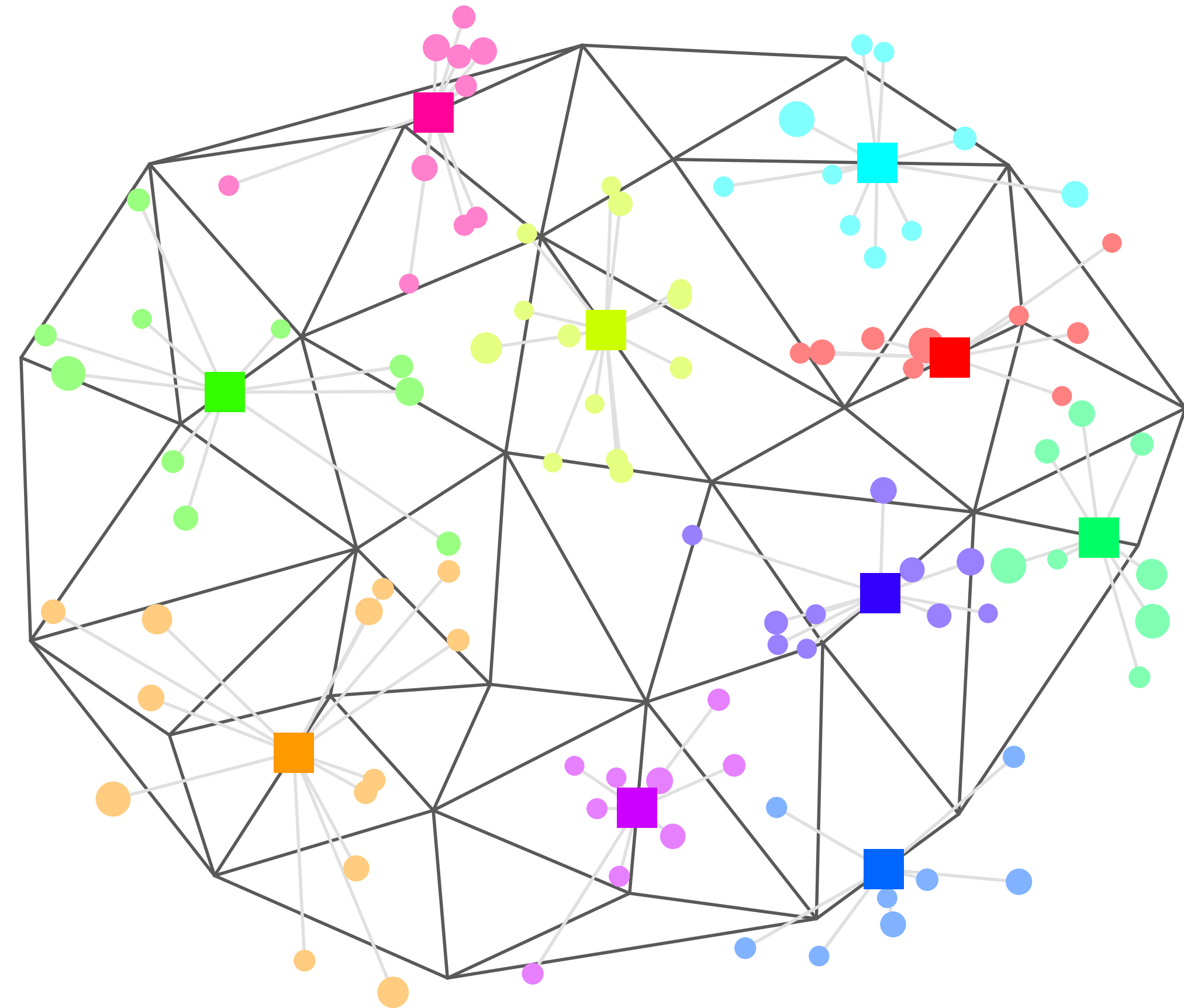
Pirmasis uždavinys

- **Duota:**

- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- “Tinklas” \mathcal{N} (šis “tinklas” yra M segmentų sąjunga)
- Klasterių skaičius K

- **Uždavinys.** Rasti klasterius $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ su atitinkamais centrais Q_1, Q_2, \dots, Q_K , kurie sprendžia uždavinį

$$\min_{Q_1, Q_2, \dots, Q_K} \sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{C}_k} w_i \left\| P_i - Q_k \right\|_2^2 \quad \text{s.t.} \quad Q_k \in \mathcal{N}, k = 1, \dots, K$$



Pirmasis uždavinys

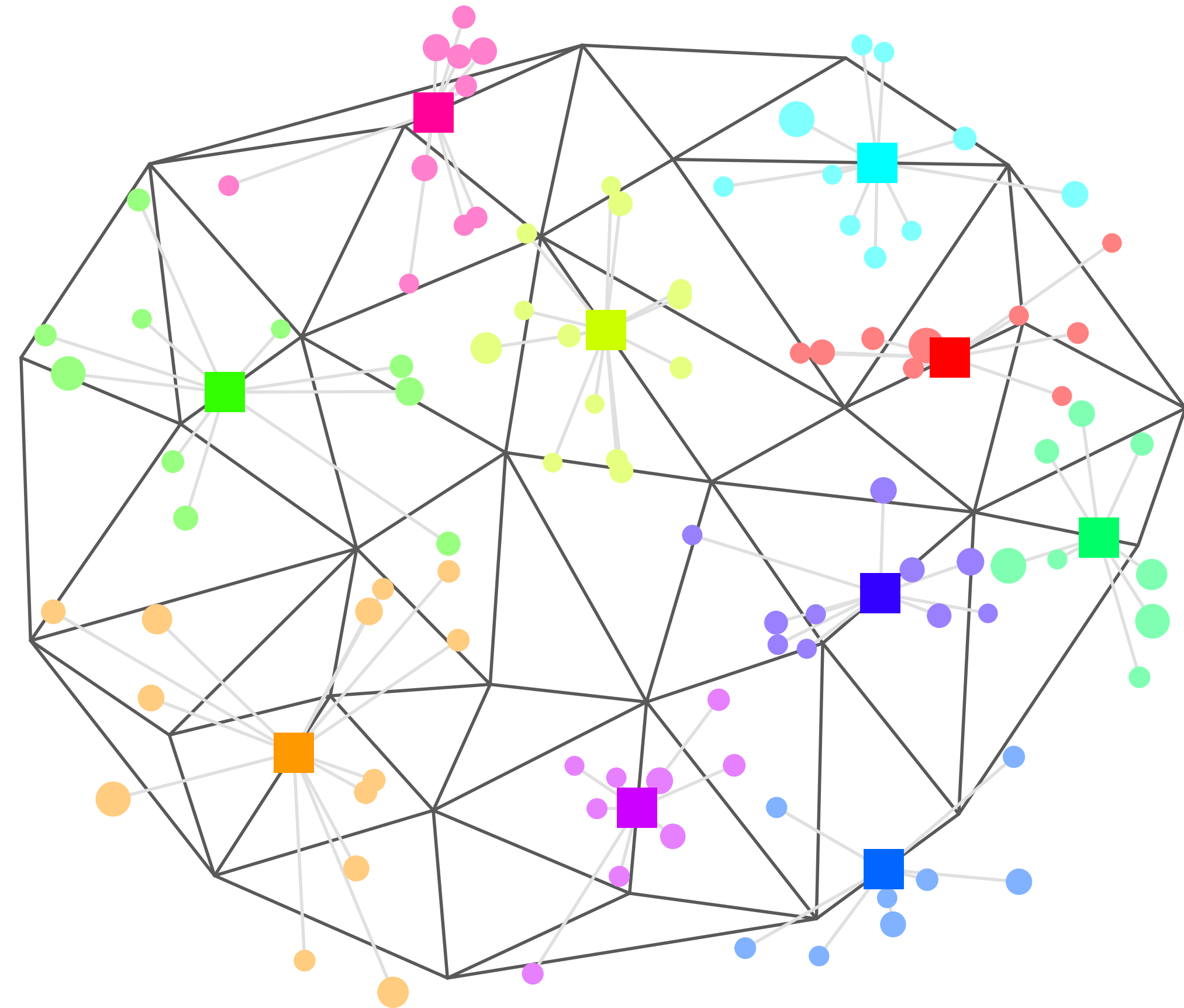
- **Duota:**

- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- “Tinklas” \mathcal{N} (šis “tinklas” yra M segmentų sąjunga)
- Klasterių skaičius K

- **Uždavinys.** Rasti klasterius $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ su atitinkamais centrais Q_1, Q_2, \dots, Q_K , kurie sprendžia uždavinį

$$\min_{Q_1, Q_2, \dots, Q_K} \sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{C}_k} w_i \left\| P_i - Q_k \right\|_2^2 \quad \text{s.t.} \quad Q_k \in \mathcal{N}, k = 1, \dots, K$$

- **Atkreipkite dėmesį į tinklo ribojimą klasterių centrams (kvadratėliams):** $Q_k \in \mathcal{N}$



Antrasis uždavinys

Antrasis uždavinys

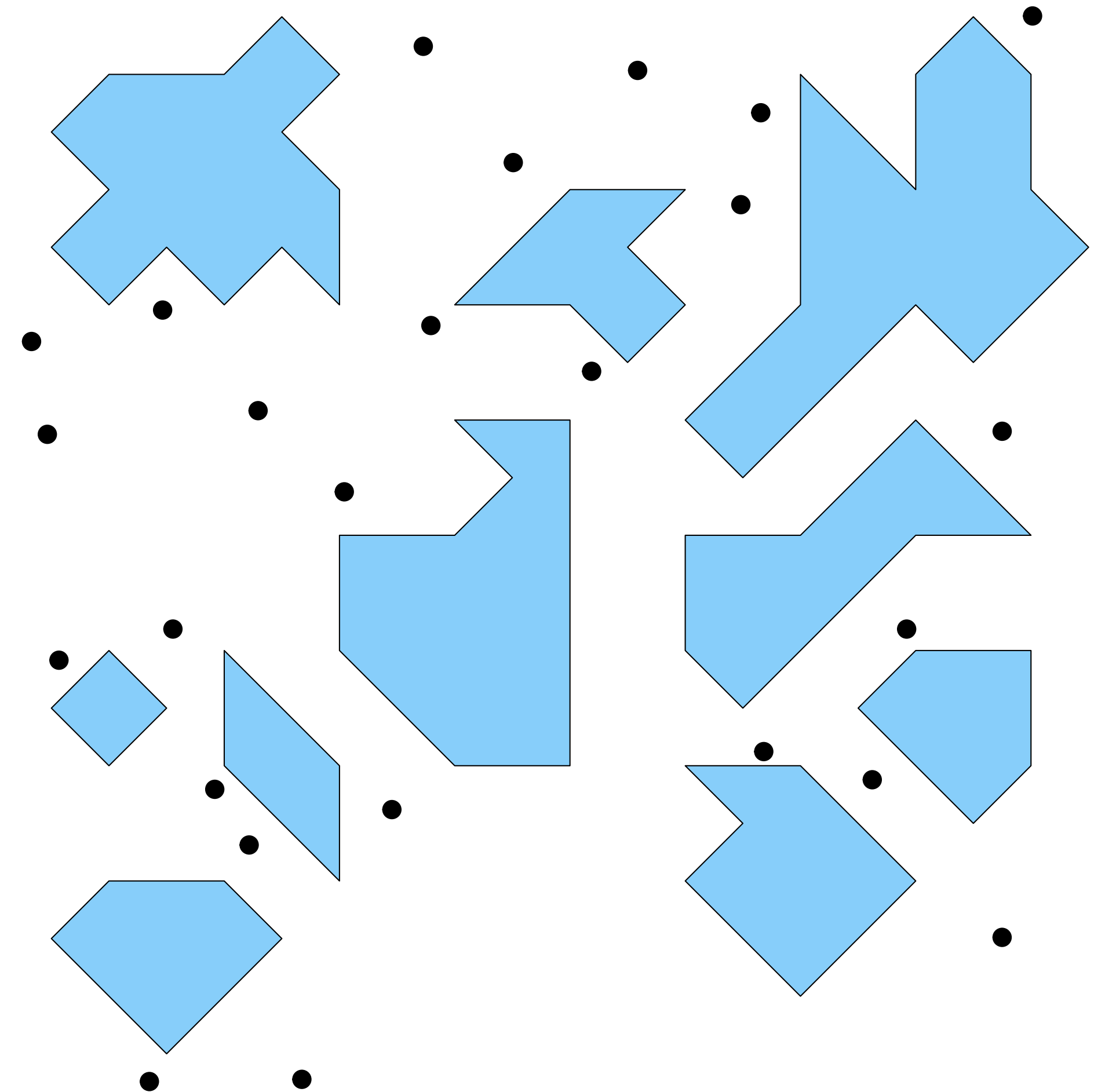
- **Duota:**

- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$
- Klasterių skaičius K

Antrasis uždavinys

- **Duota:**

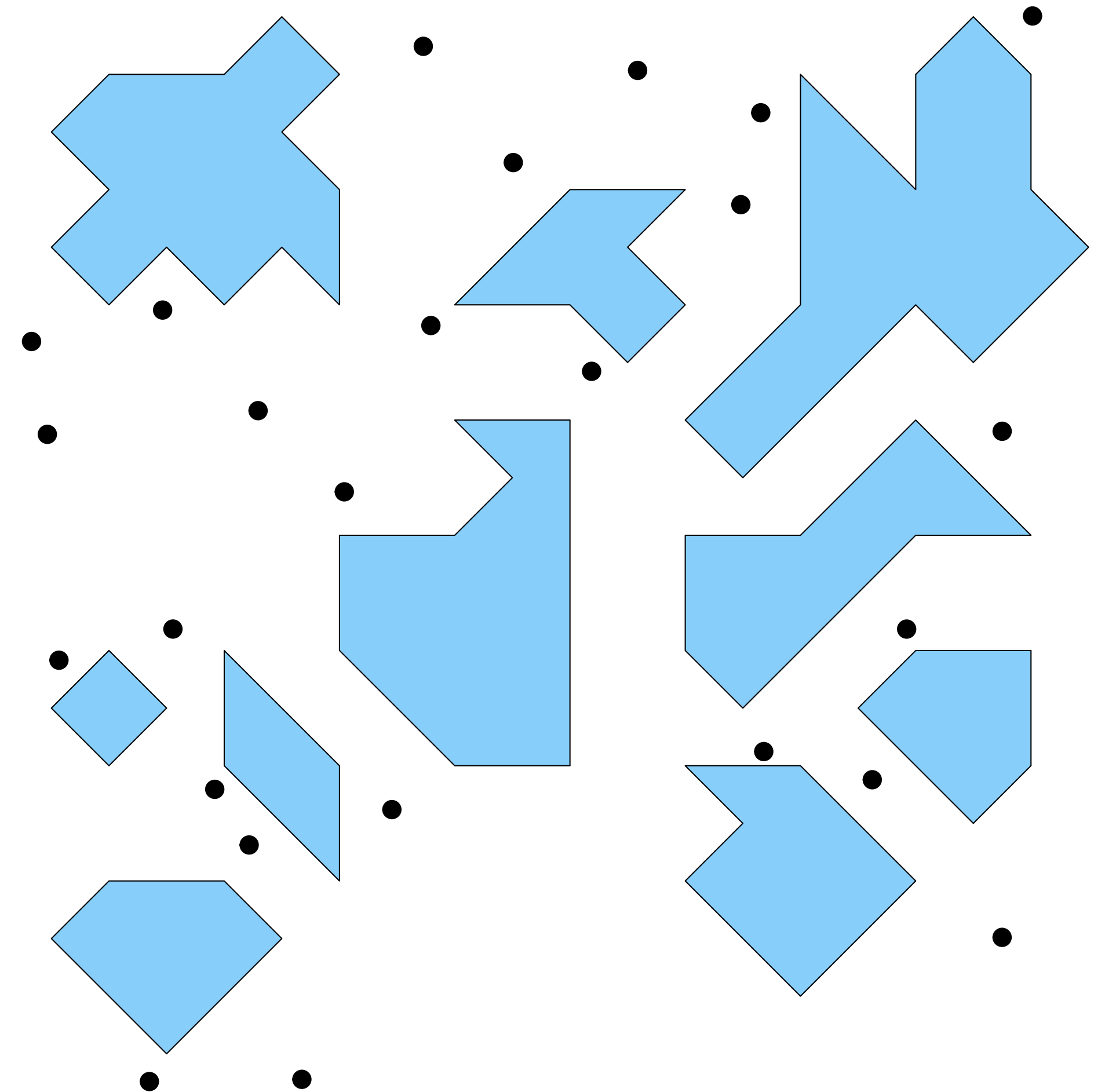
- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$
- Klasterių skaičius K



Antrasis uždavinys

- **Duota:**
 - Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
 - Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$
 - Klasterių skaičius K
- **Uždavinys.** Rasti klasterius $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ su atitinkamais centrais Q_1, Q_2, \dots, Q_K , kurie sprendžia uždavinį

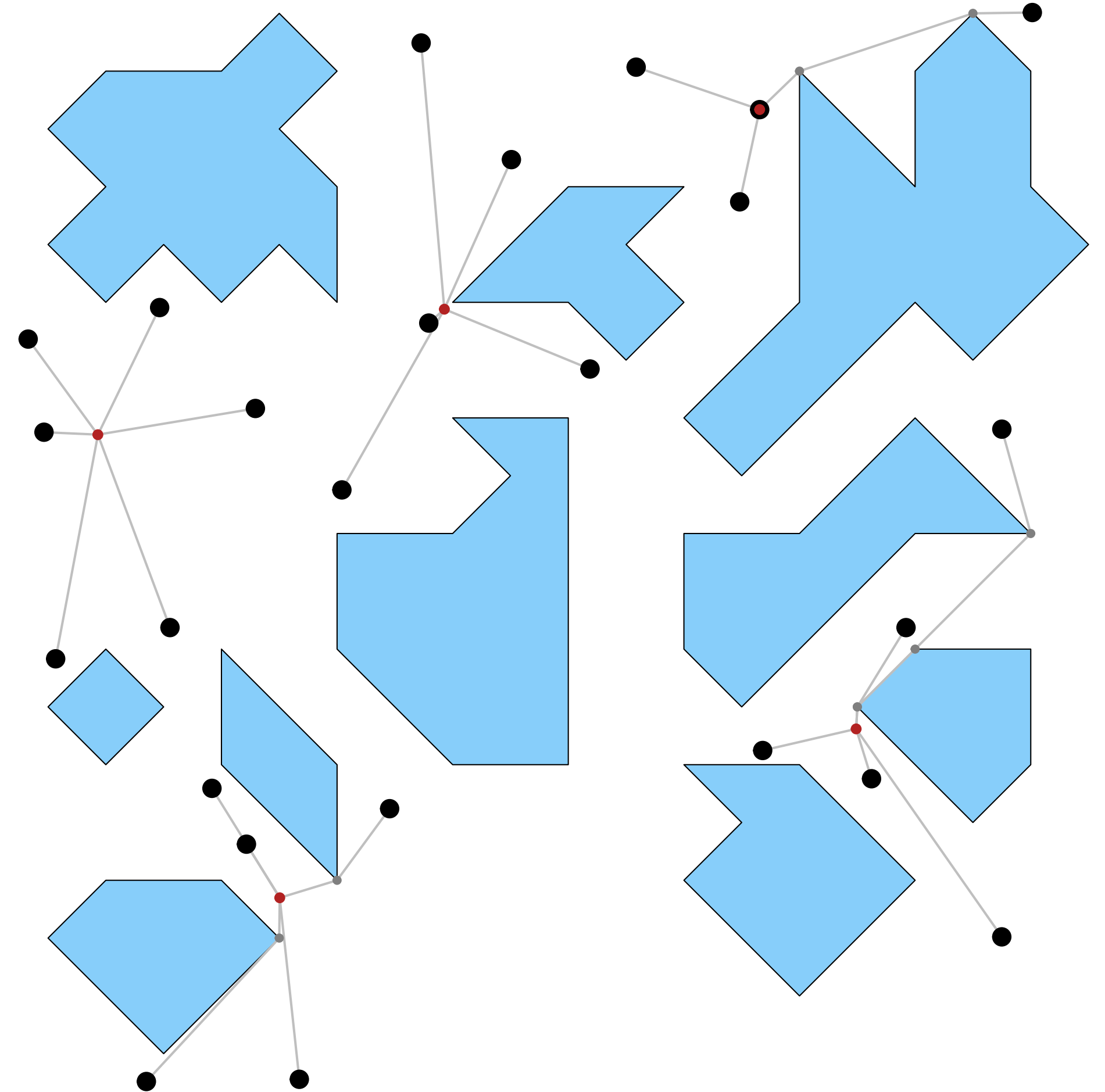
$$\min_{Q_1, Q_2, \dots, Q_K} \sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{C}_k} w_i d_{\mathcal{B}}(P_i, Q_k) \quad \text{s.t.} \quad Q_k \in \mathcal{R}^U, k = 1, \dots, K$$



Antrasis uždavinys

- **Duota:**
 - Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
 - Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$
 - Klasterių skaičius K
- **Uždavinys.** Rasti klasterius $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ su atitinkamais centrais Q_1, Q_2, \dots, Q_K , kurie sprendžia uždavinį

$$\min_{Q_1, Q_2, \dots, Q_K} \sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{C}_k} w_i d_{\mathcal{B}}(P_i, Q_k) \quad \text{s.t.} \quad Q_k \in \mathcal{R}^U, k = 1, \dots, K$$



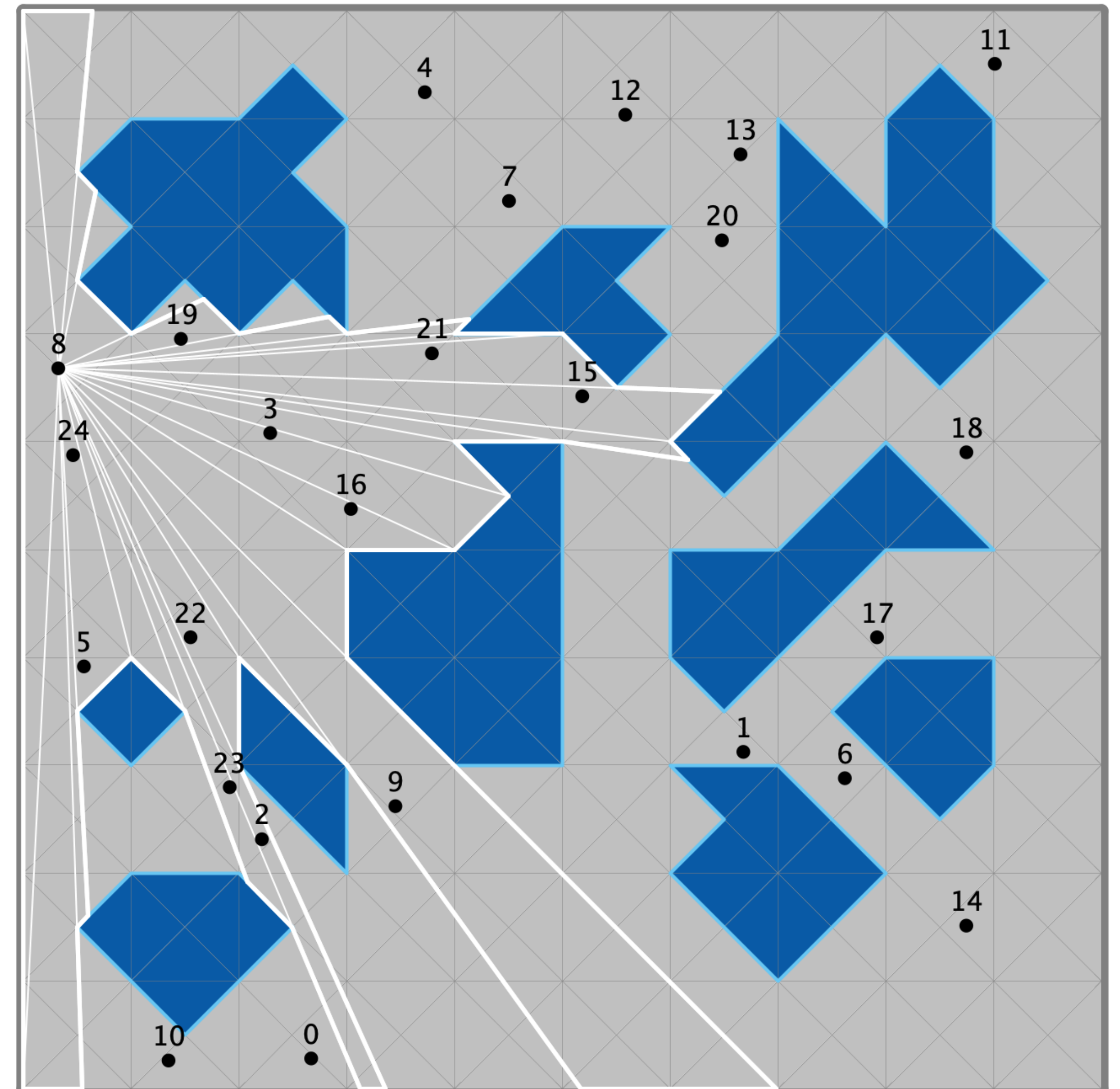
Antrasis uždavinys: atstumų skaičiavimas

Antrasis uždavinys: atstumų skaičiavimas

- **Matomumo poligono radimas**

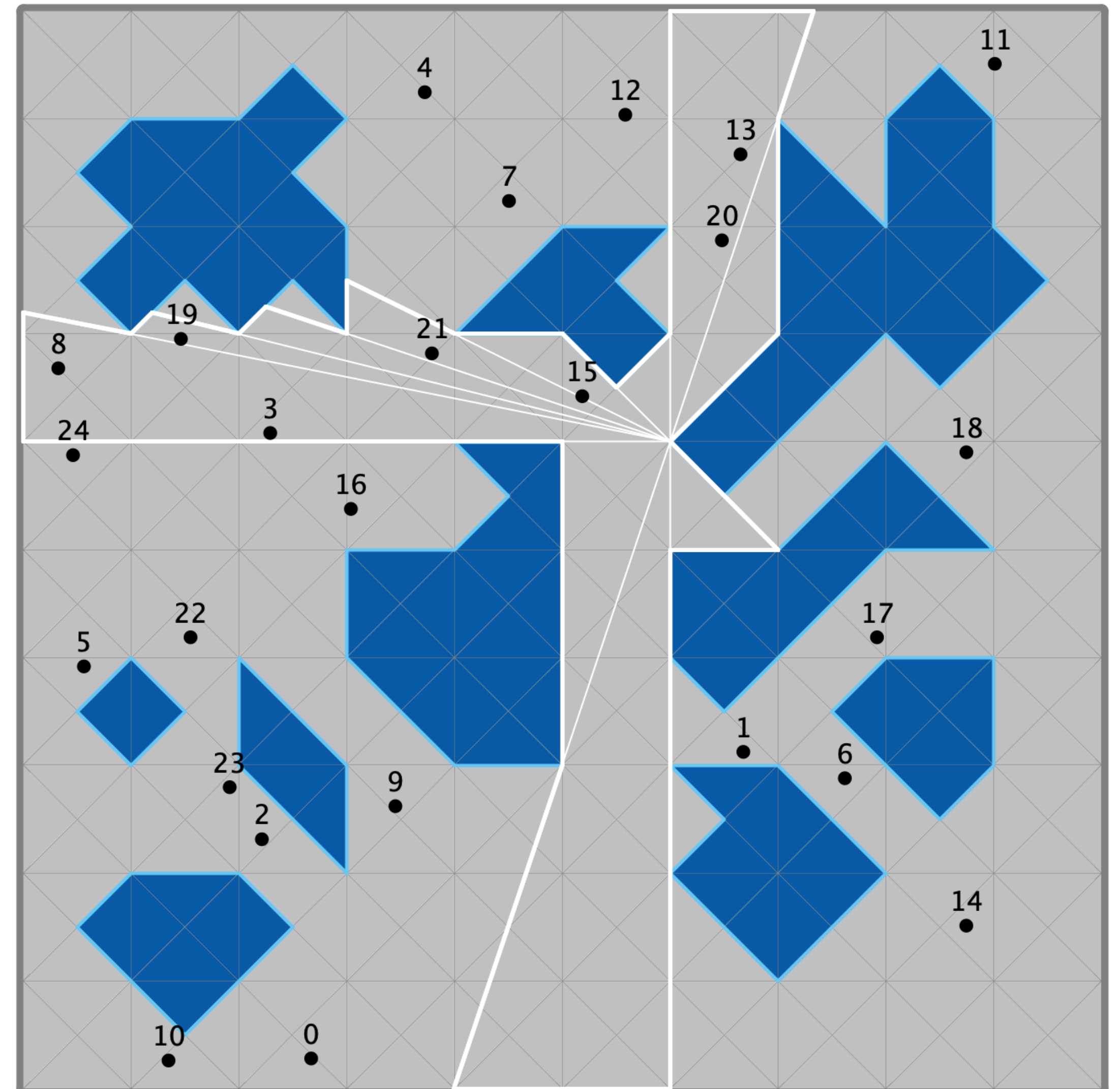
Antrasis uždavinys: atstumų skaičiavimas

- **Matomumo poligono radimas**



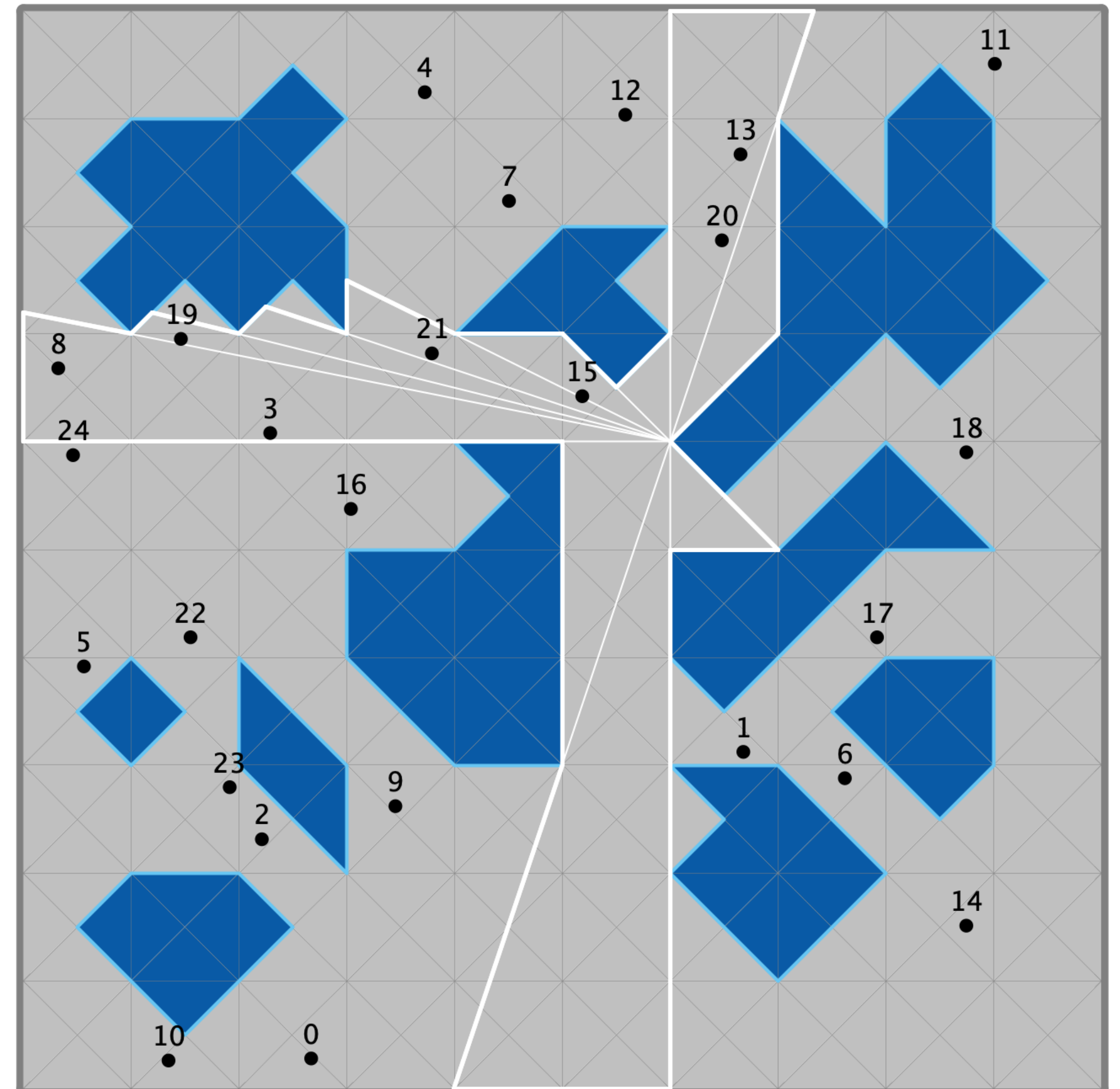
Antrasis uždavinys: atstumų skaičiavimas

- **Matomumo poligono radimas**



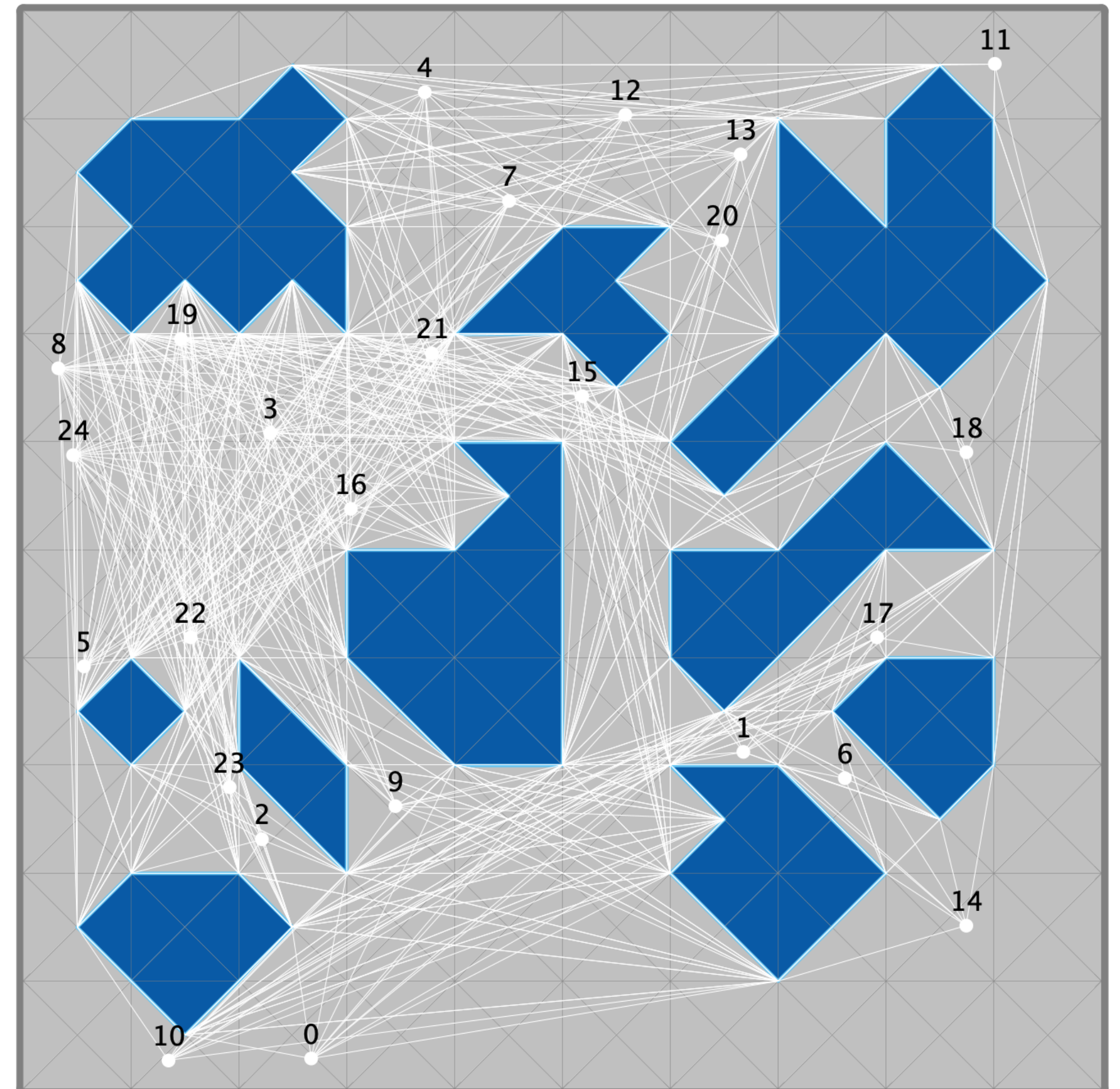
Antrasis uždavinys: atstumų skaičiavimas

- **Matomumo poligono radimas**
- **Matomumo grafo konstravimas**



Antrasis uždavinys: atstumų skaičiavimas

- **Matomumo poligono radimas**
- **Matomumo grafo konstravimas**



Antrasis uždavinys: ribojimų aibės trianguliacija

Antrasis uždavinys: ribojimų aibės trianguliacija

- **Duota:**

- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais

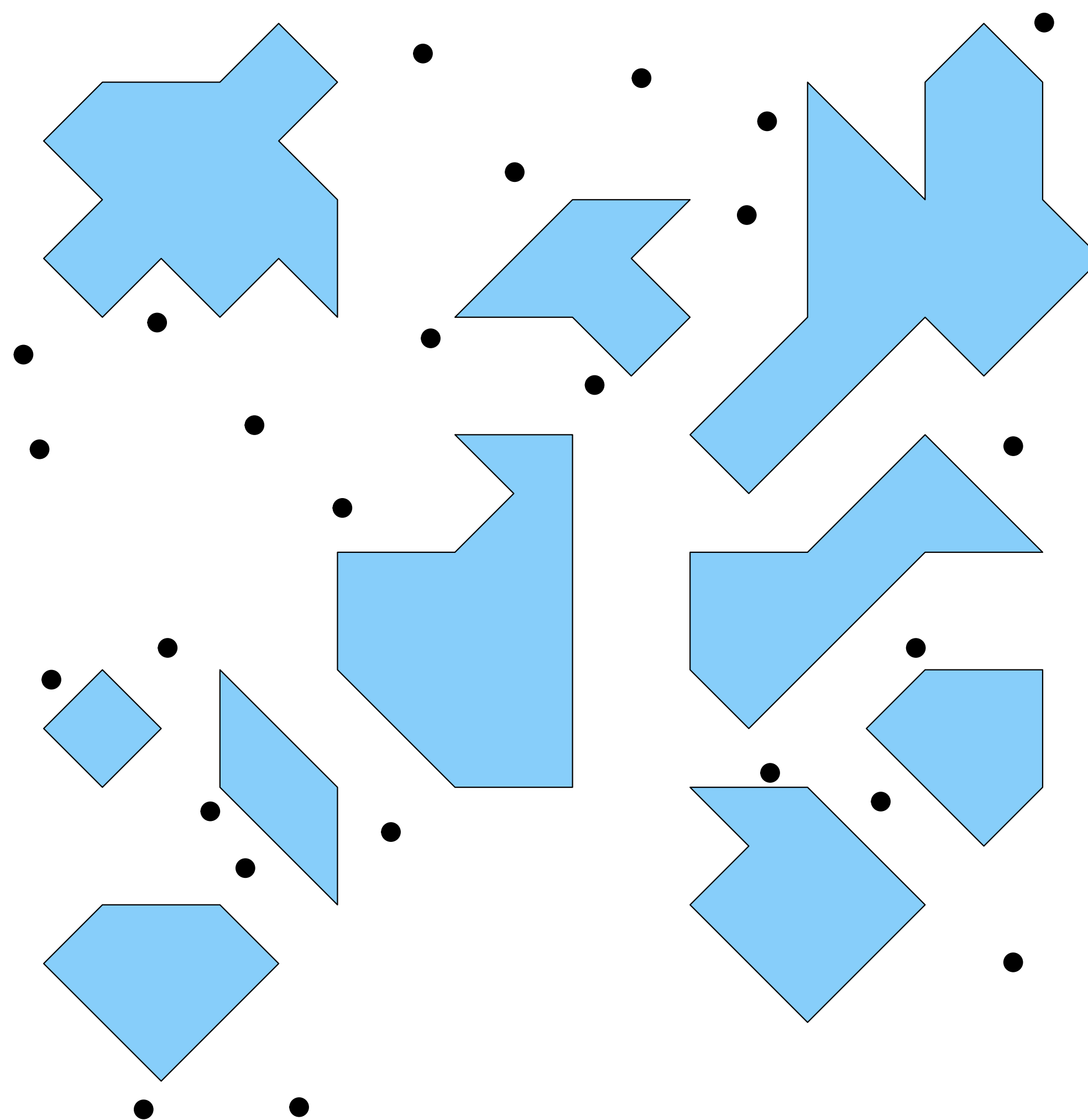
- $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$

Antrasis uždavinys: ribojimų aibės trianguliacija

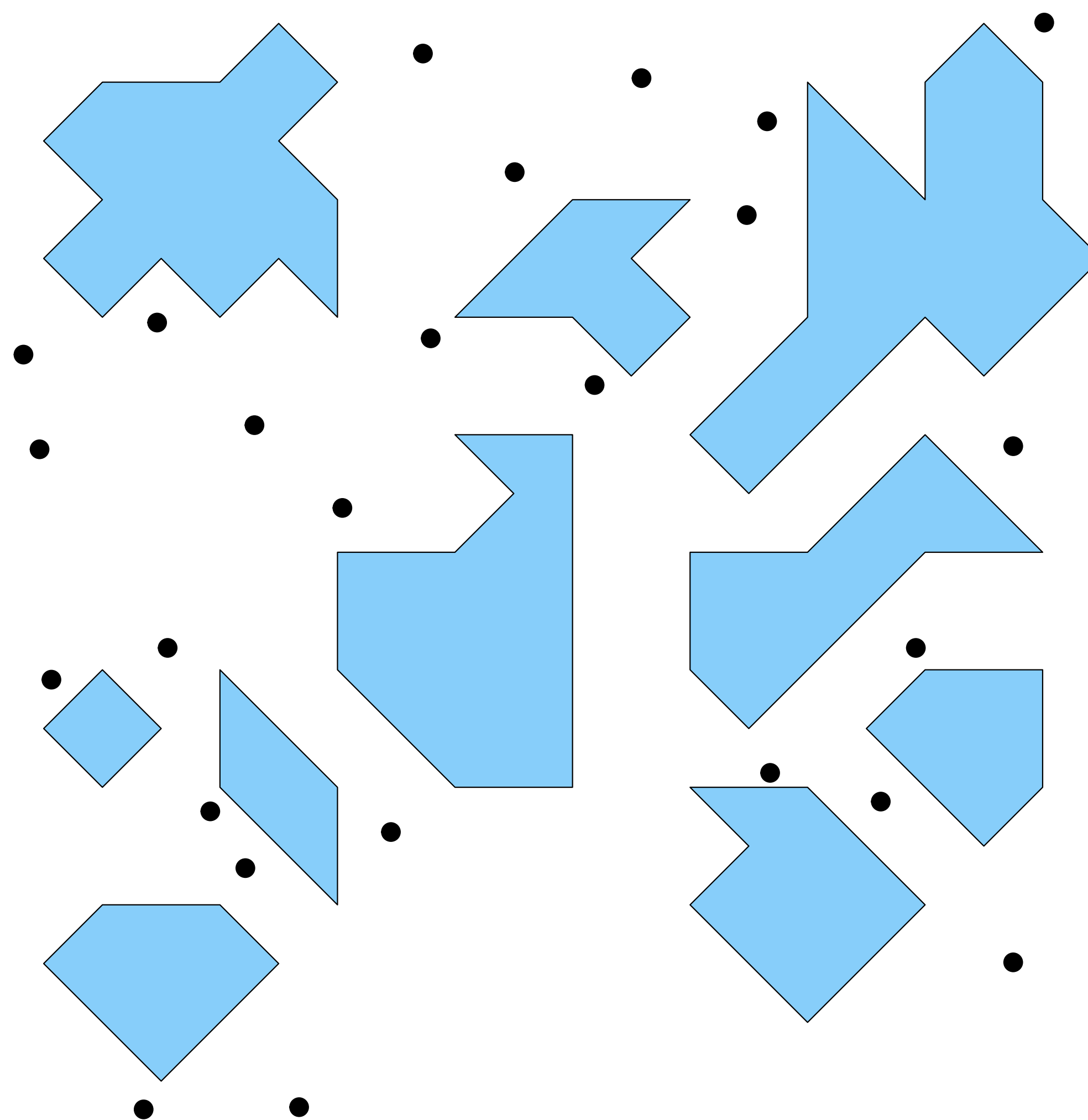
- **Duota:**

- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$



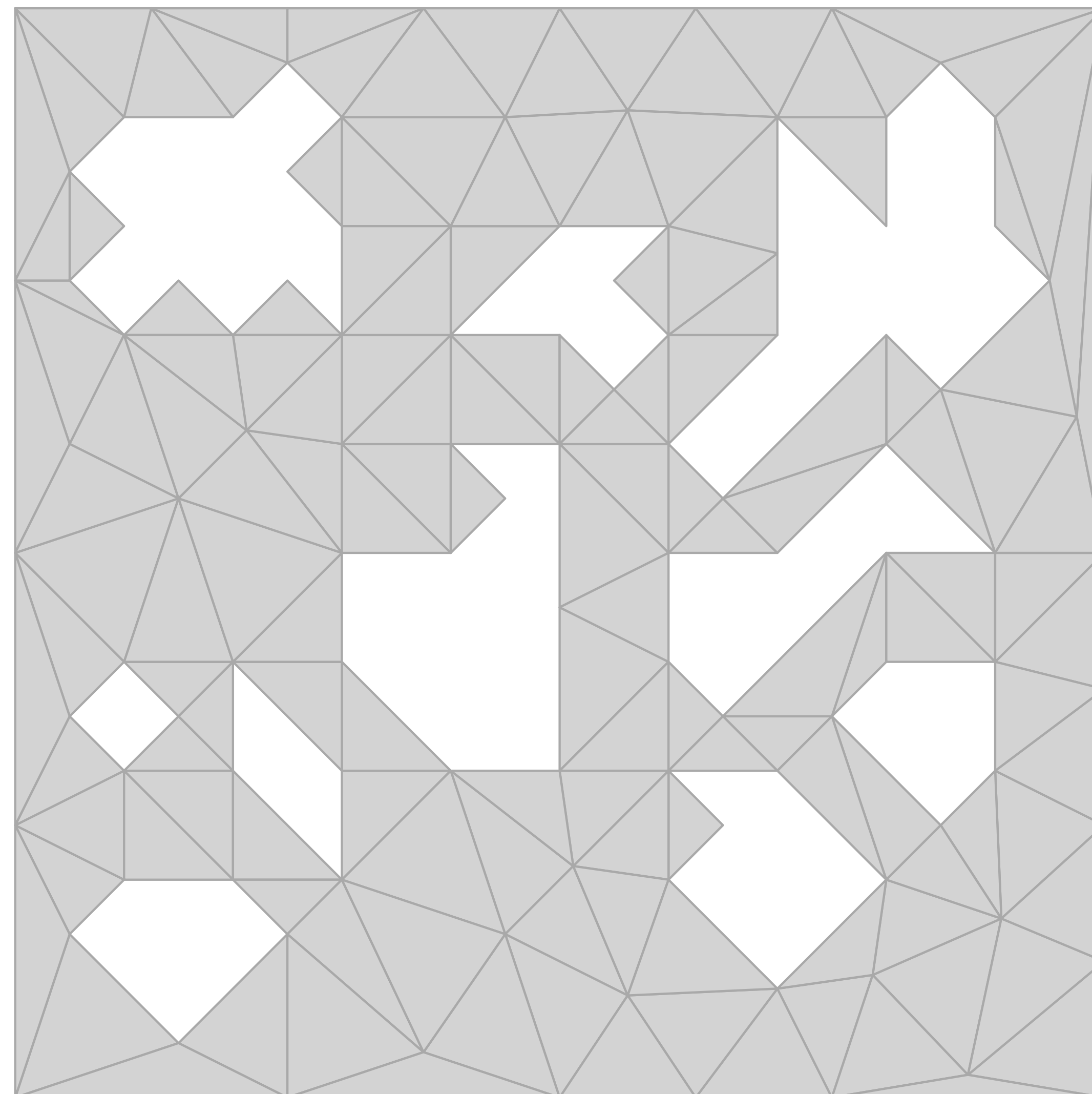
Antrasis uždavinys: ribojimų aibės trianguliacija

- **Duota:**
 - Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
 - Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$
- **Rasti:** Ribojimų aibę \mathcal{R}^U kaip trikampių sąjungą



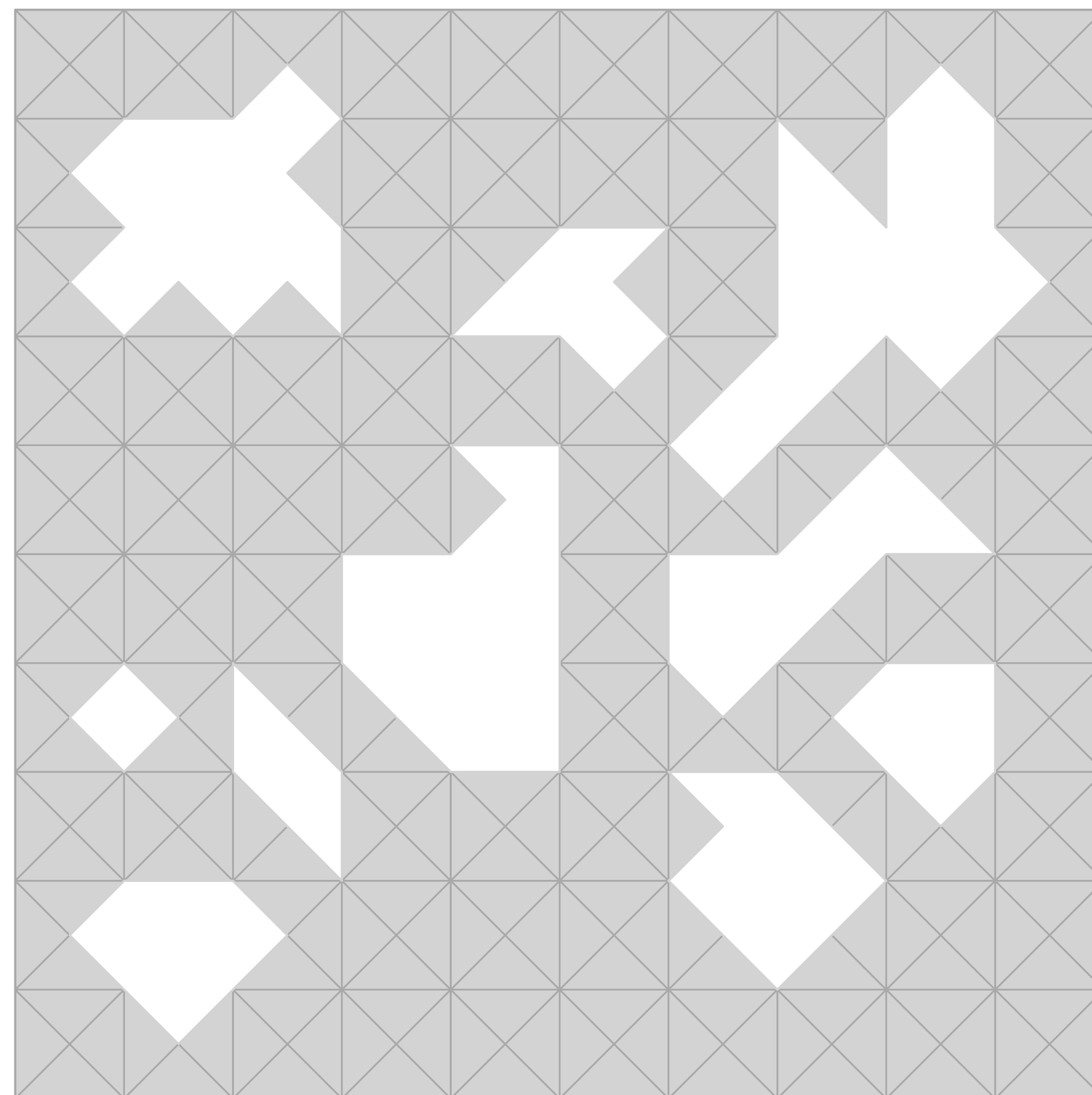
Antrasis uždavinys: ribojimų aibės trianguliacija

- **Duota:**
 - Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
 - Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$
- **Rasti:** Ribojimų aibę \mathcal{R}^U kaip trikampių sąjungą



Antrasis uždavinys: ribojimų aibės trianguliacija

- **Duota:**
 - Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
 - Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$
- **Rasti:** Ribojimų aibę \mathcal{R}^U kaip trikampių sąjungą



Antrasis uždavinys: optimalaus centro radimas

Antrasis uždavinys: optimalaus centro radimas

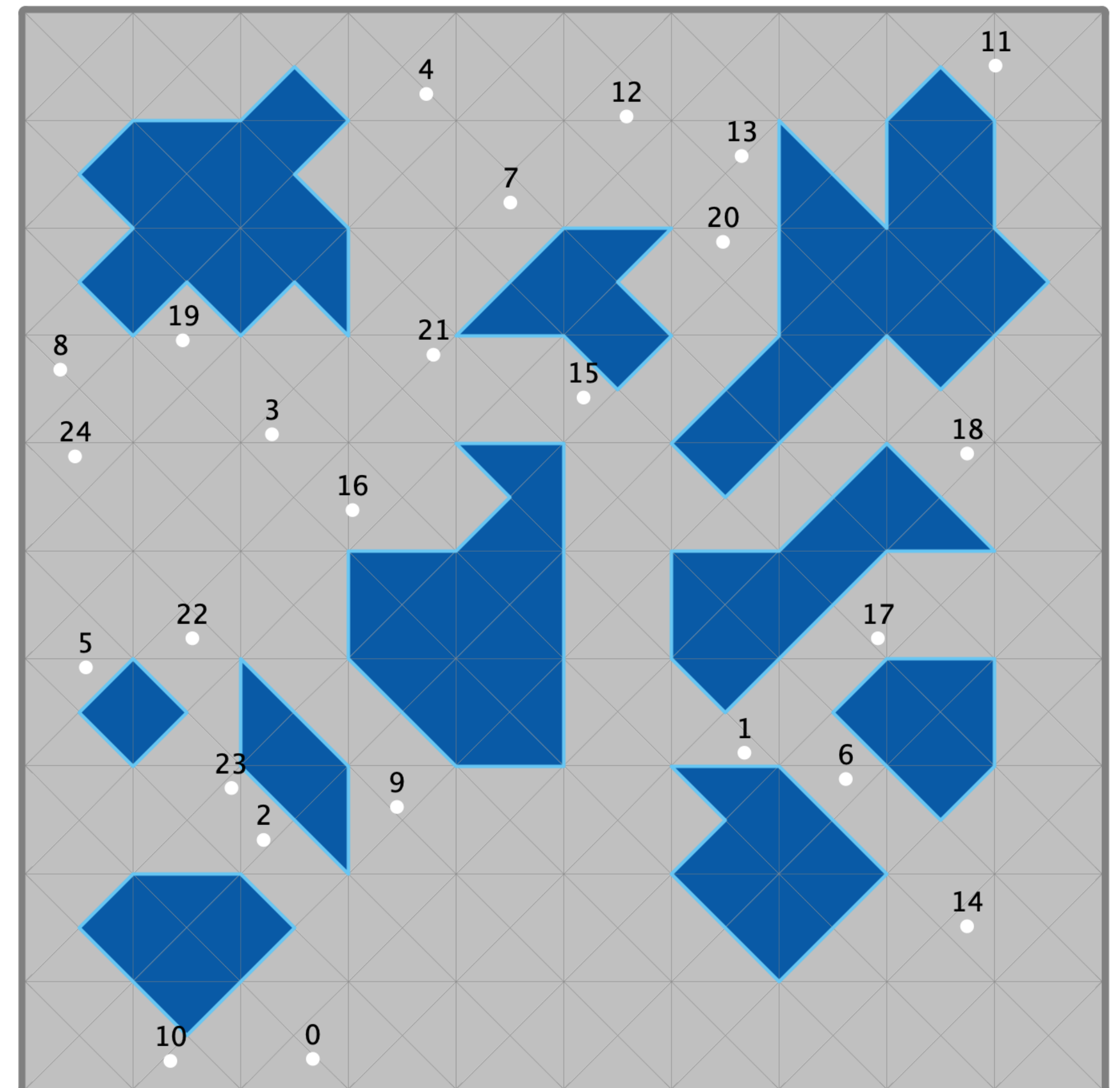
- **Duota:**

- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$
- Ribojimų aibė \mathcal{R}^U

Antrasis uždavinys: optimalaus centro radimas

- **Duota:**

- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$
- Ribojimų aibė \mathcal{R}^U



Antrasis uždavinys: optimalaus centro radimas

- **Duota:**

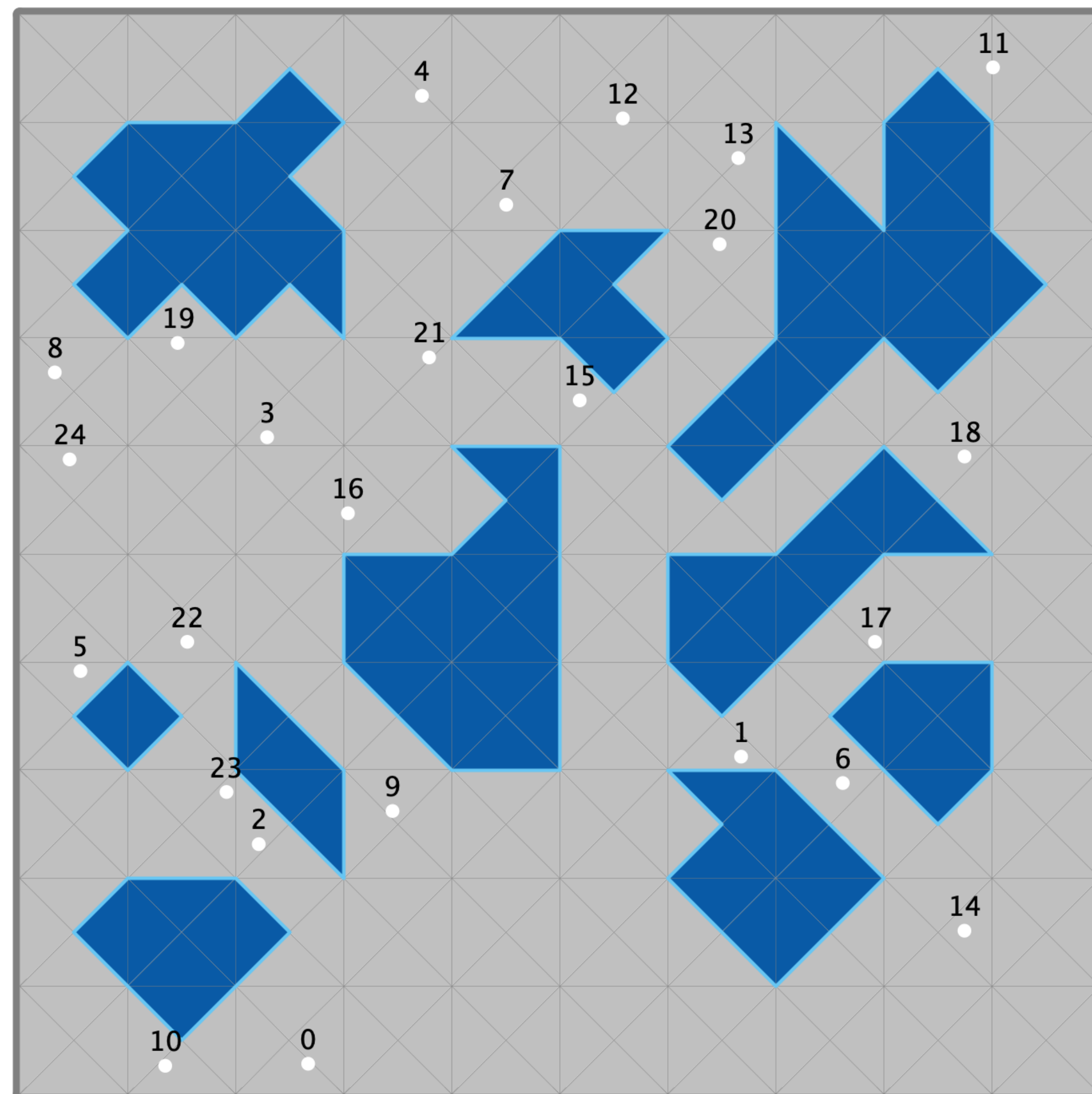
- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$

- Ribojimų aibė \mathcal{R}^U

- **Uždavinys.** Rasti optimalų centrą Q , minimizuojantį atstumus iki klientų:

$$\min_Q \sum_{i=1}^N w_i d_{\mathcal{B}}(P_i, Q) \quad \text{s.t.} \quad Q \in \mathcal{R}^U$$



Antrasis uždavinys: optimalaus centro radimas

- **Duota:**

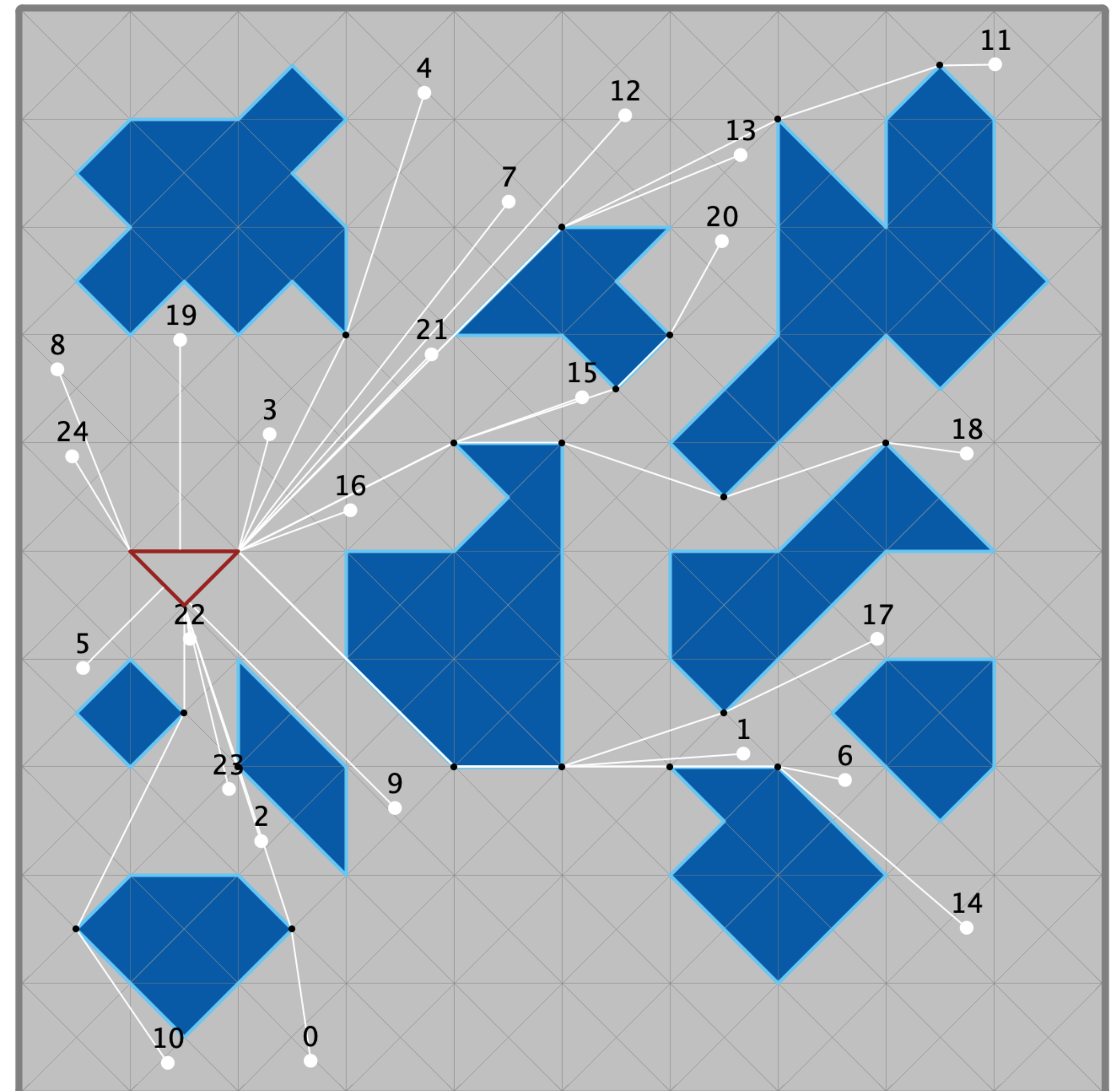
- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$

- Ribojimų aibė \mathcal{R}^U

- **Uždavinys.** Rasti optimalų centrą Q , minimizuojantį atstumus iki klientų:

$$\min_Q \sum_{i=1}^N w_i d_{\mathcal{B}}(P_i, Q) \quad \text{s.t.} \quad Q \in \mathcal{R}^U$$



Antrasis uždavinys: optimalaus centro radimas

- **Duota:**

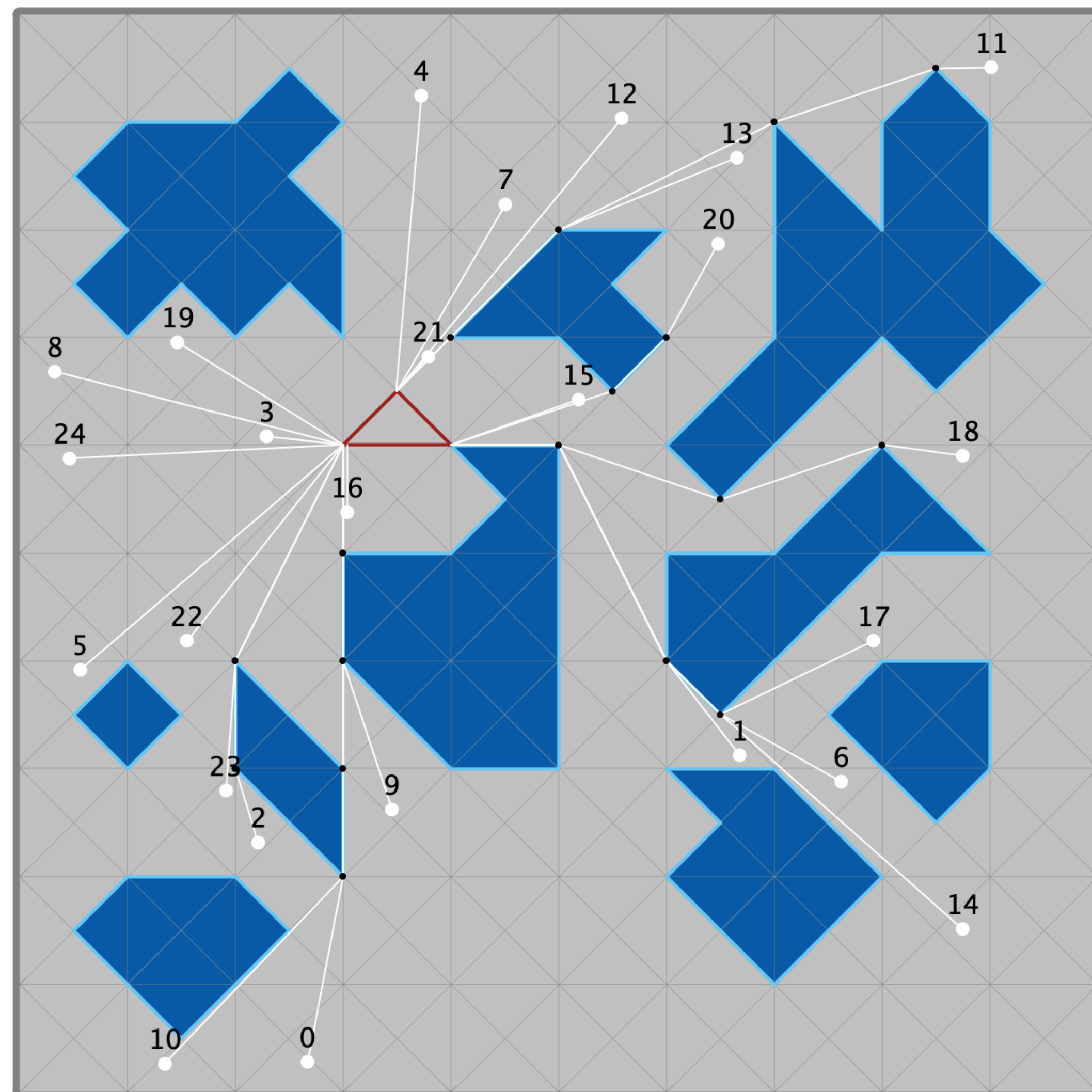
- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$

- Ribojimų aibė \mathcal{R}^U

- **Uždavinys.** Rasti optimalų centrą Q , minimizuojantį atstumus iki klientų:

$$\min_Q \sum_{i=1}^N w_i d_{\mathcal{B}}(P_i, Q) \quad \text{s.t.} \quad Q \in \mathcal{R}^U$$



Antrasis uždavinys: optimalaus centro radimas

- **Duota:**

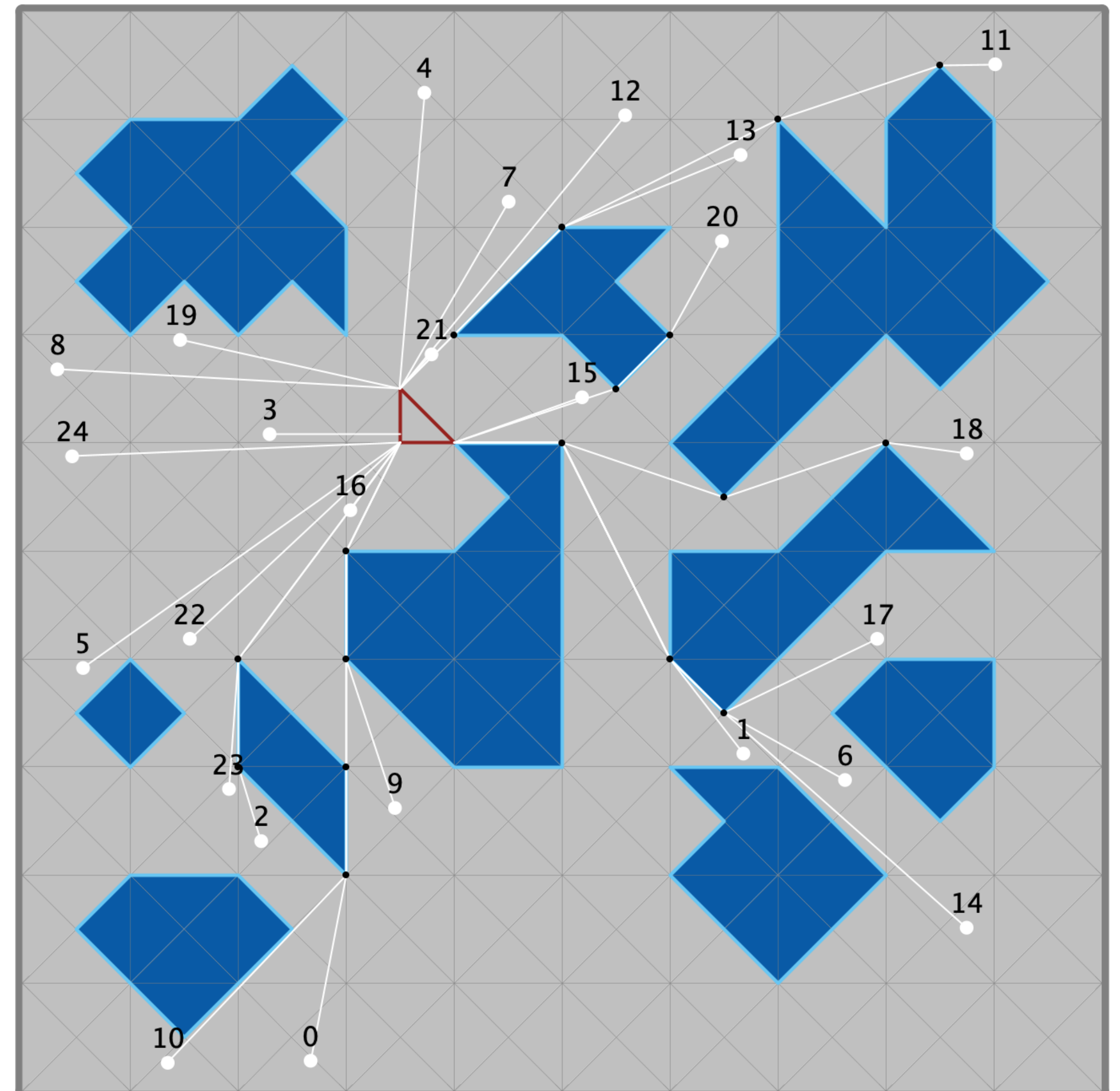
- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$

- Ribojimų aibė \mathcal{R}^U

- **Uždavinys.** Rasti optimalų centrą Q , minimizuojantį atstumus iki klientų:

$$\min_Q \sum_{i=1}^N w_i d_{\mathcal{B}}(P_i, Q) \quad \text{s.t.} \quad Q \in \mathcal{R}^U$$



Antrasis uždavinys: optimalaus centro radimas

- **Duota:**

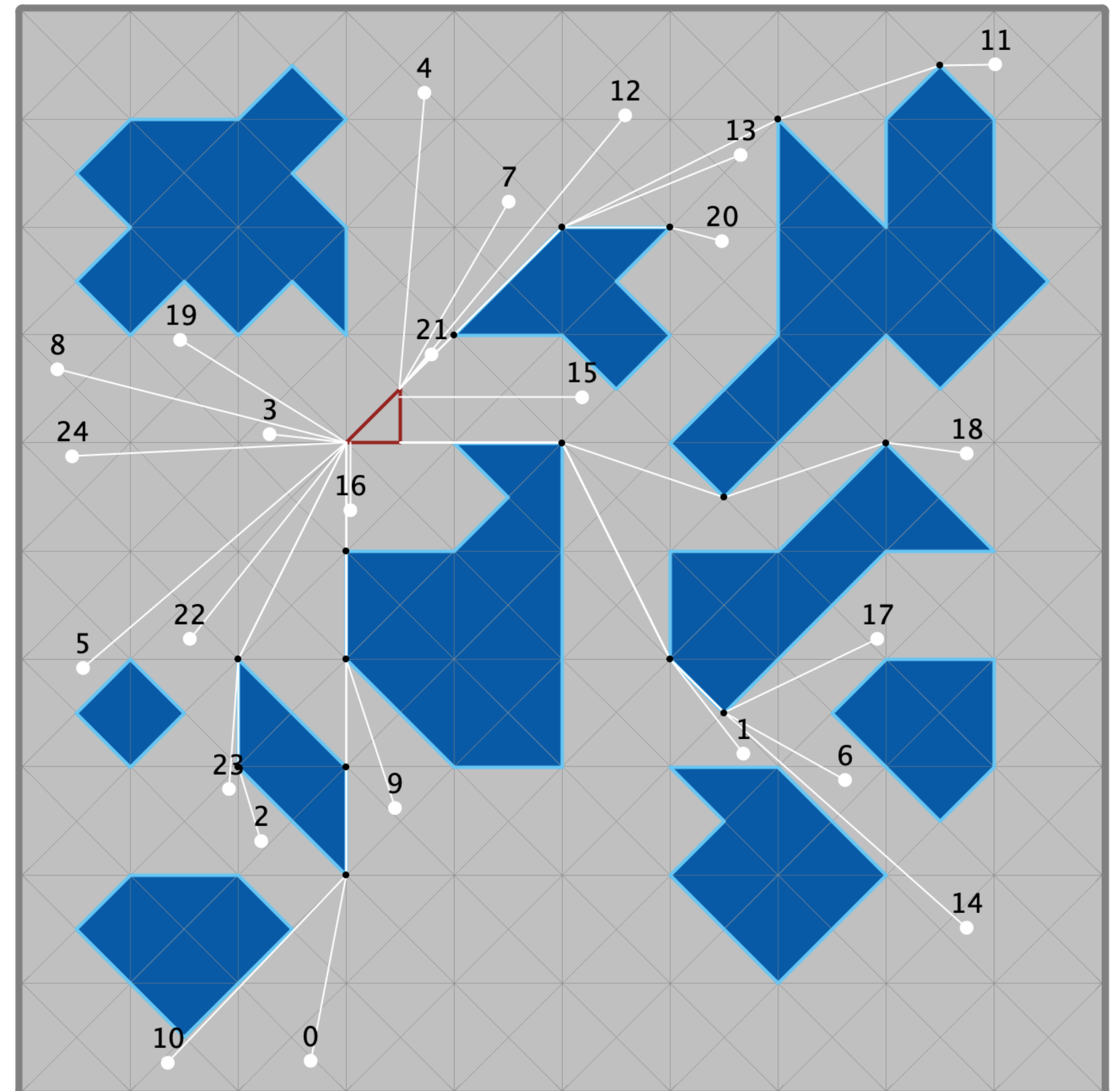
- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$

- Ribojimų aibė \mathcal{R}^U

- **Uždavinys.** Rasti optimalų centrą Q , minimizuojantį atstumus iki klientų:

$$\min_Q \sum_{i=1}^N w_i d_{\mathcal{B}}(P_i, Q) \quad \text{s.t.} \quad Q \in \mathcal{R}^U$$



Antrasis uždavinys: optimalaus centro radimas

- **Duota:**

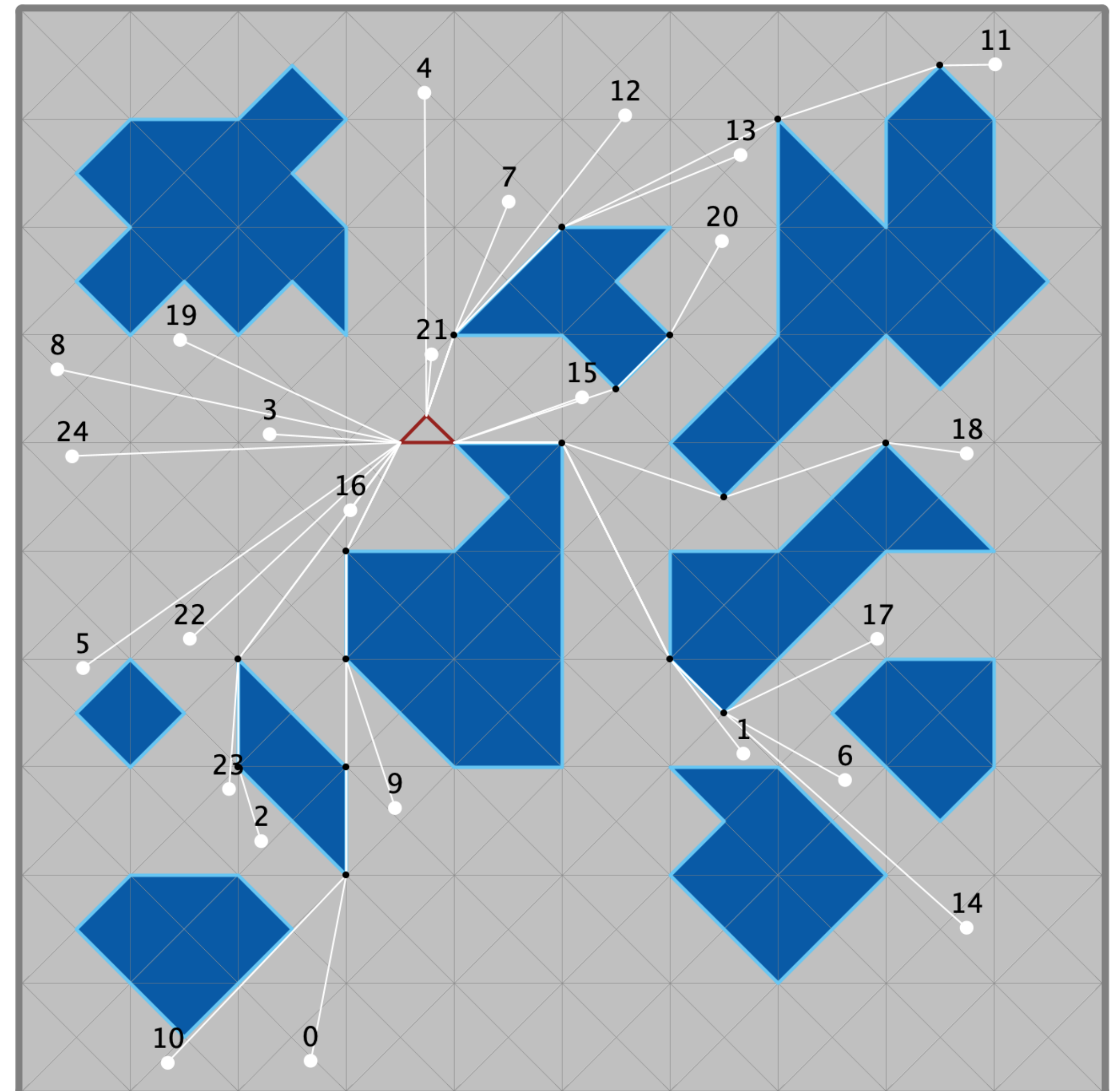
- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$

- Ribojimų aibė \mathcal{R}^U

- **Uždavinys.** Rasti optimalų centrą Q , minimizuojantį atstumus iki klientų:

$$\min_Q \sum_{i=1}^N w_i d_{\mathcal{B}}(P_i, Q) \quad \text{s.t.} \quad Q \in \mathcal{R}^U$$



Antrasis uždavinys: optimalaus centro radimas

- **Duota:**

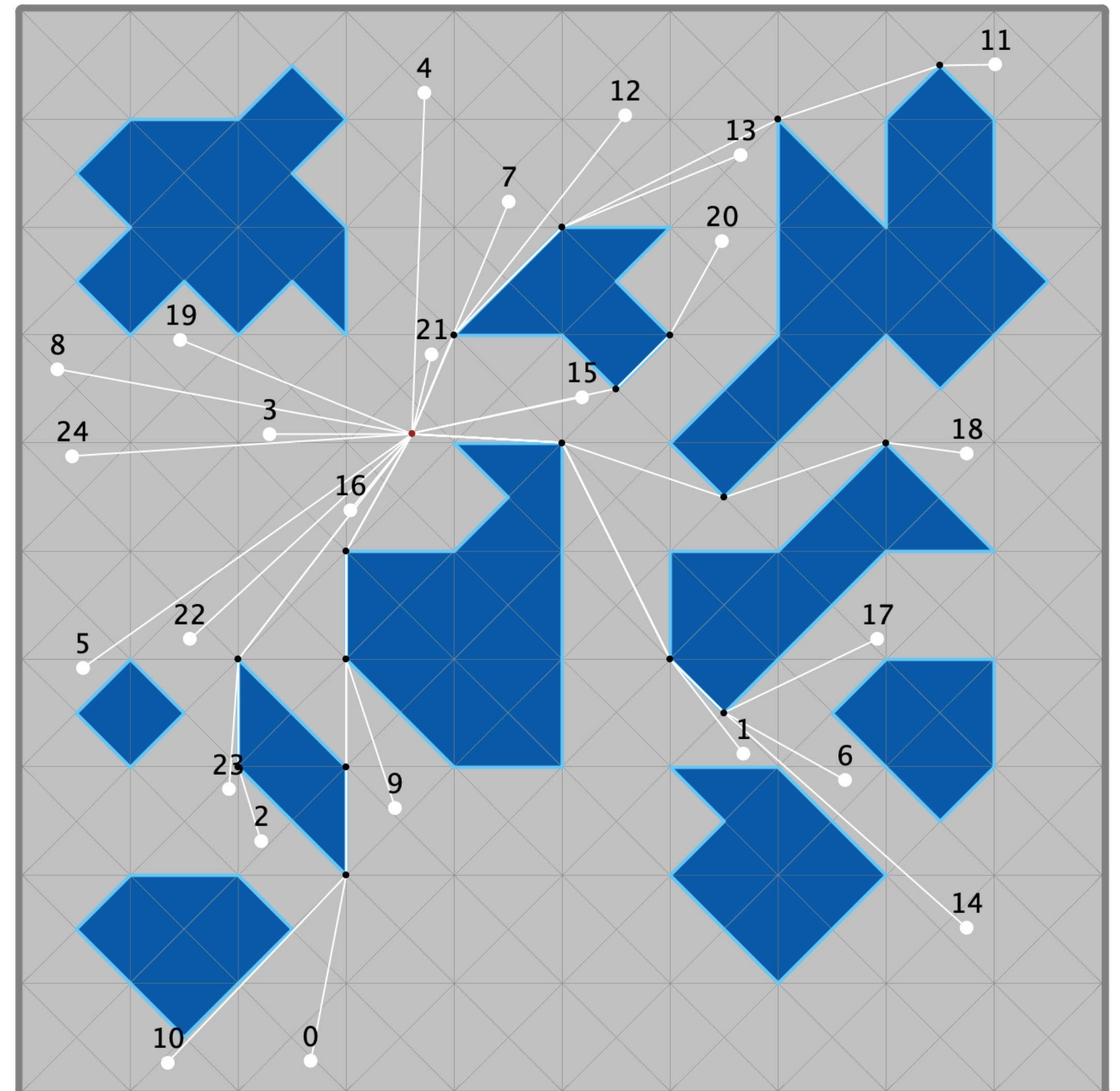
- Taškų aibė $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ su svoriais $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

- Barjerų aibė $\{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_M\}$

- Ribojimų aibė \mathcal{R}^U

- **Uždavinys.** Rasti optimalų centrą Q , minimizuojantį atstumus iki klientų:

$$\min_Q \sum_{i=1}^N w_i d_{\mathcal{B}}(P_i, Q) \quad \text{s.t.} \quad Q \in \mathcal{R}^U$$



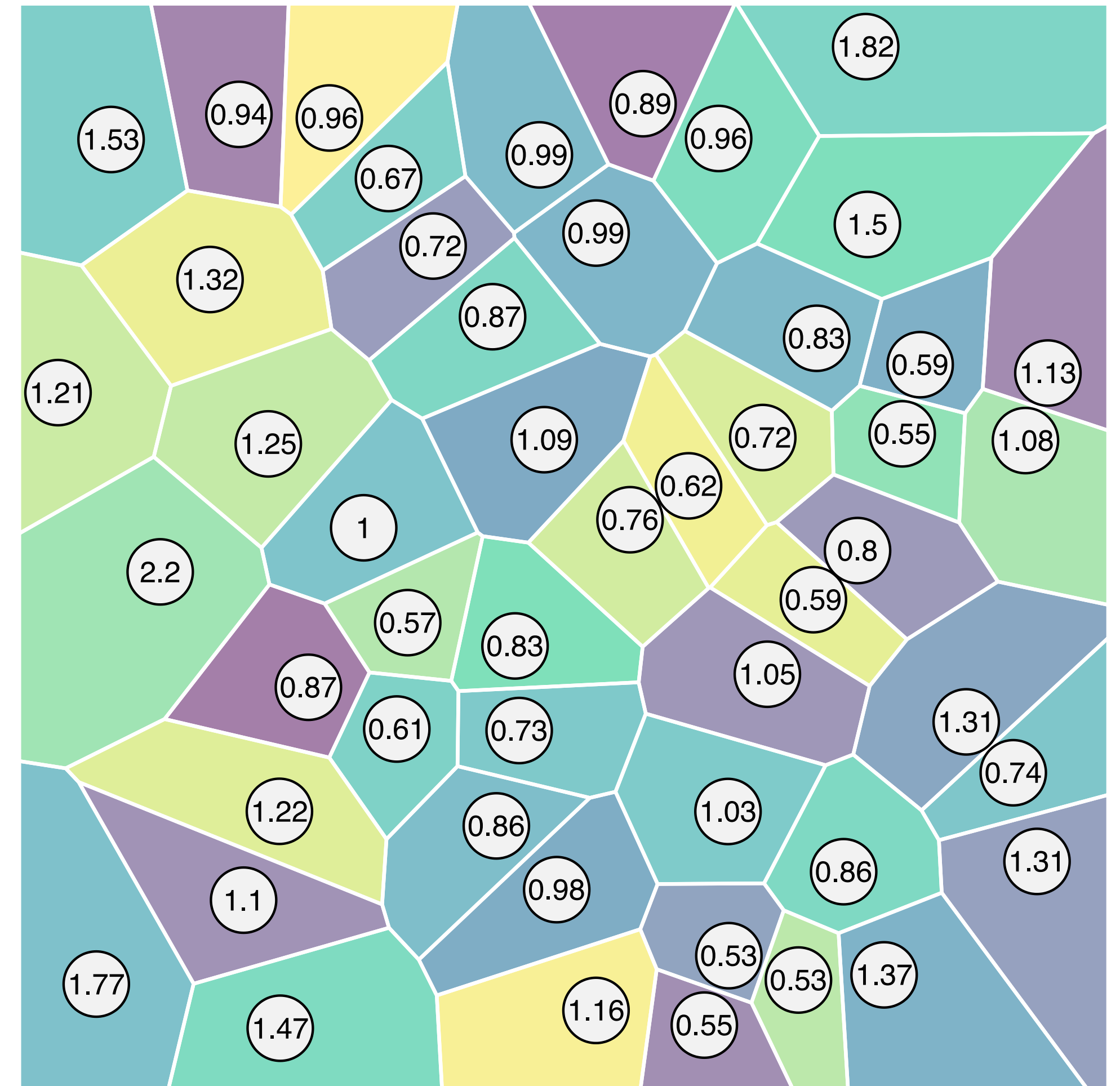
Trečiasis uždavinys: vienodo ploto Voronojaus diagrama

Trečiasis uždavinys: vienodo ploto Voronojaus diagrama

- **Uždavinys be ribojimų.** Rasti K taškų išdėstymą vienetiniame kvadrato taip, kad Voronojaus ląstelės turėtų vienodą plotą

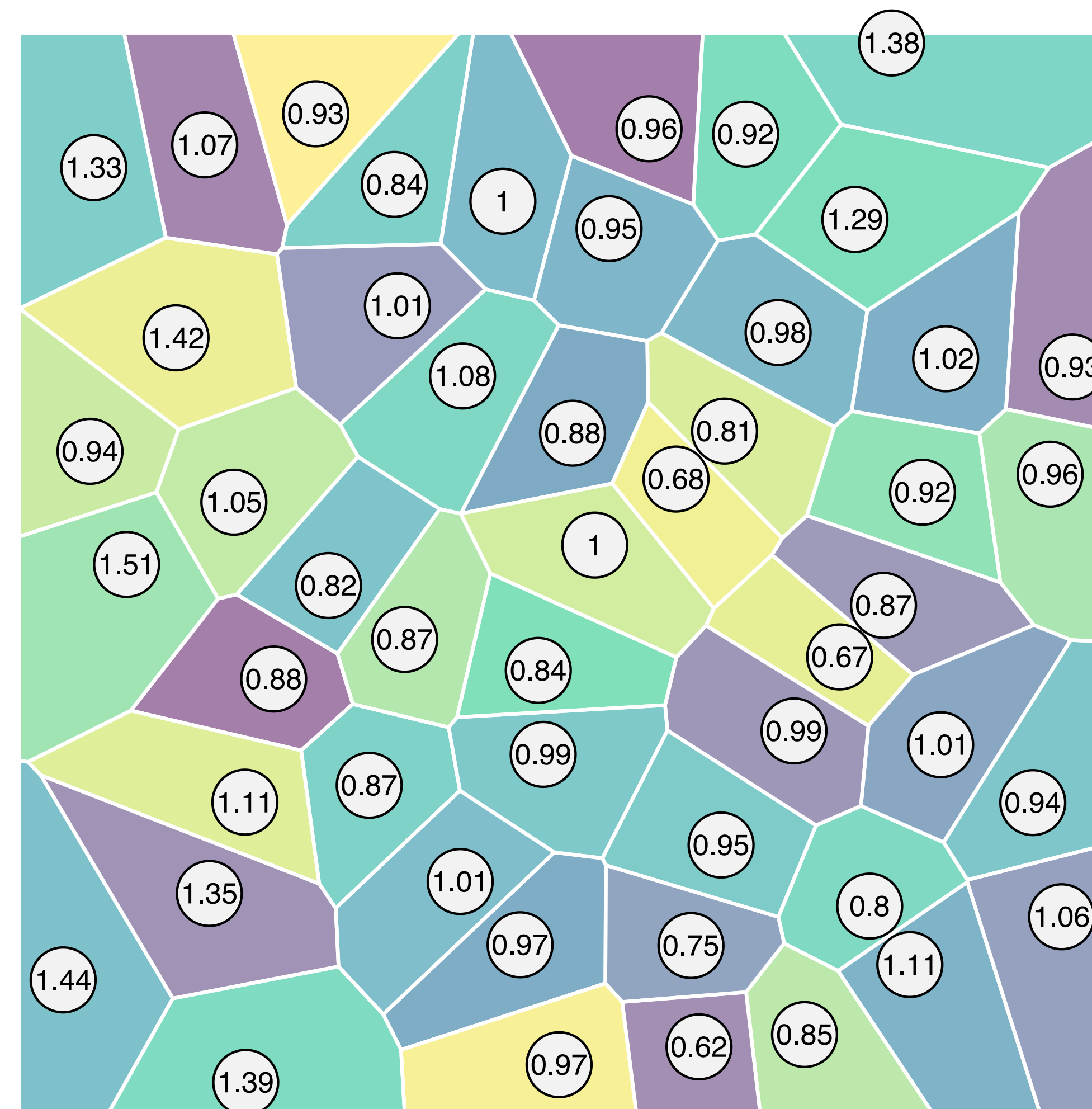
Trečiasis uždavinys: vienodo ploto Voronojaus diagrama

- **Uždavinys be ribojimų.** Rasti K taškų išdėstymą vienetiniame kvadrato taip, kad Voronojaus ląstelės turėtų vienodą plotą



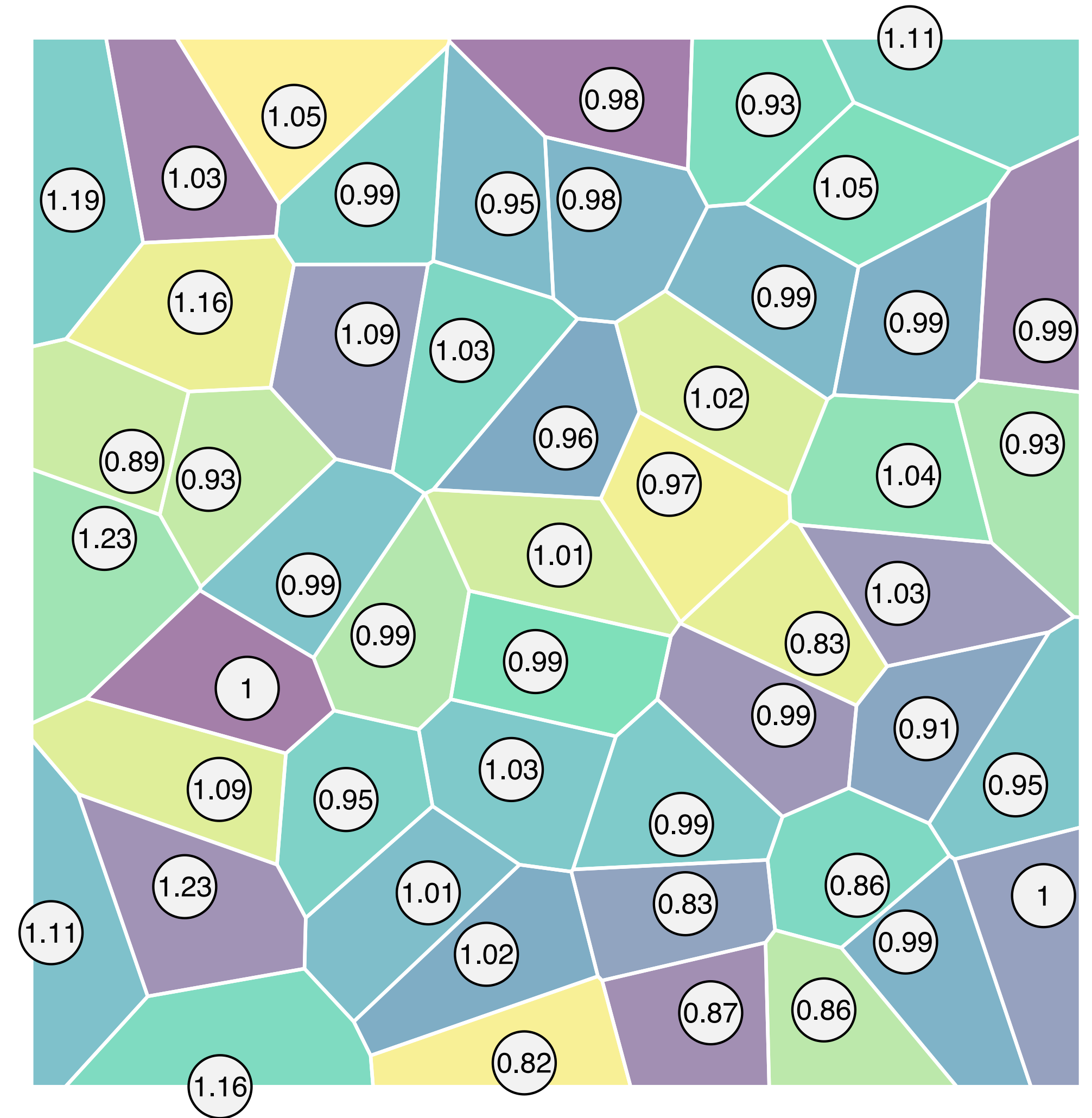
Trečiasis uždavinys: vienodo ploto Voronojaus diagrama

- **Uždavinys be ribojimų.** Rasti K taškų išdėstymą vienetiniame kvadrato taip, kad Voronojaus ląstelės turėtų vienodą plotą



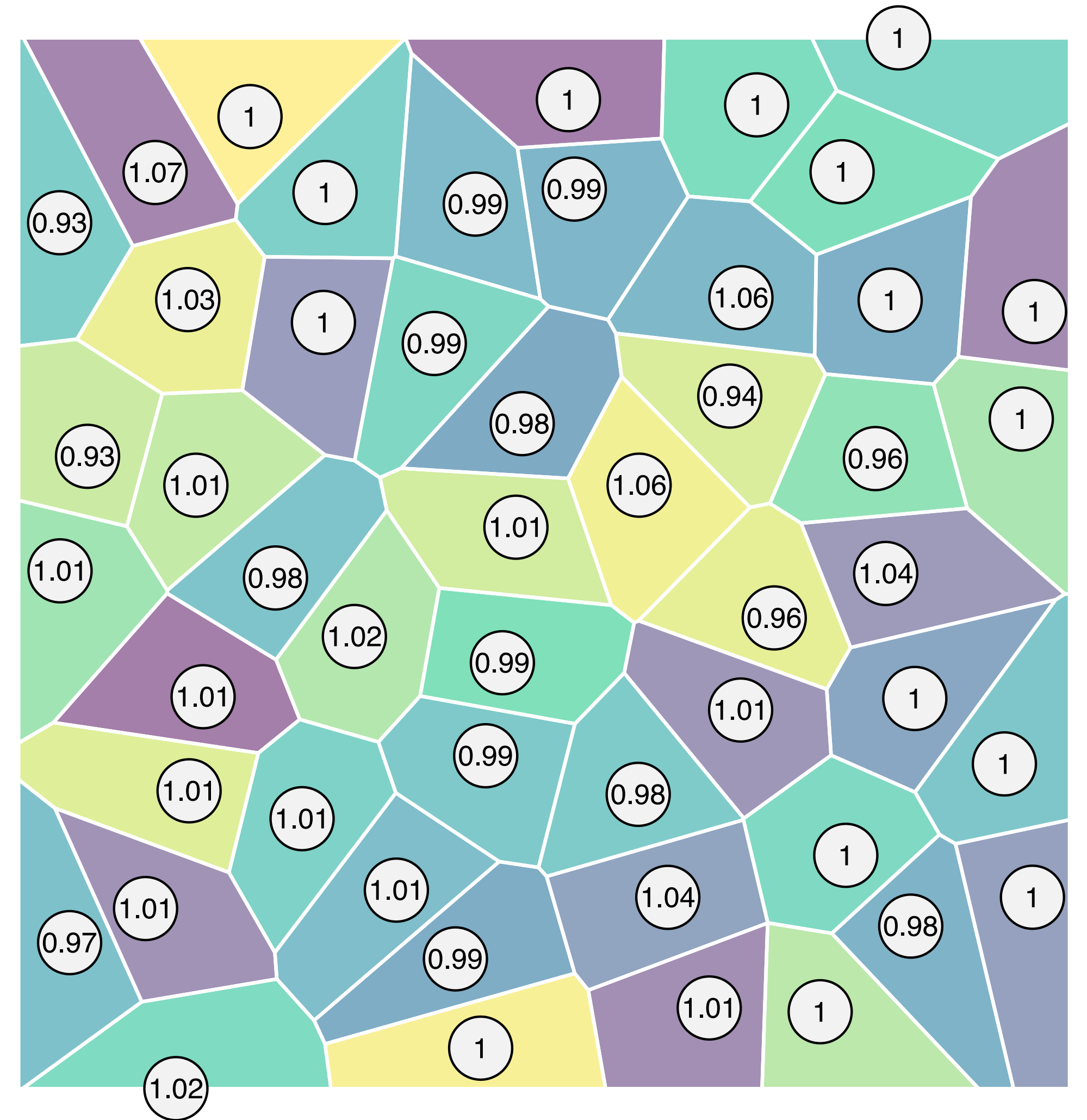
Trečiasis uždavinys: vienodo ploto Voronojaus diagrama

- **Uždavinys be ribojimų.** Rasti K taškų išdėstymą vienetiniame kvadrato taip, kad Voronojaus ląstelės turėtų vienodą plotą



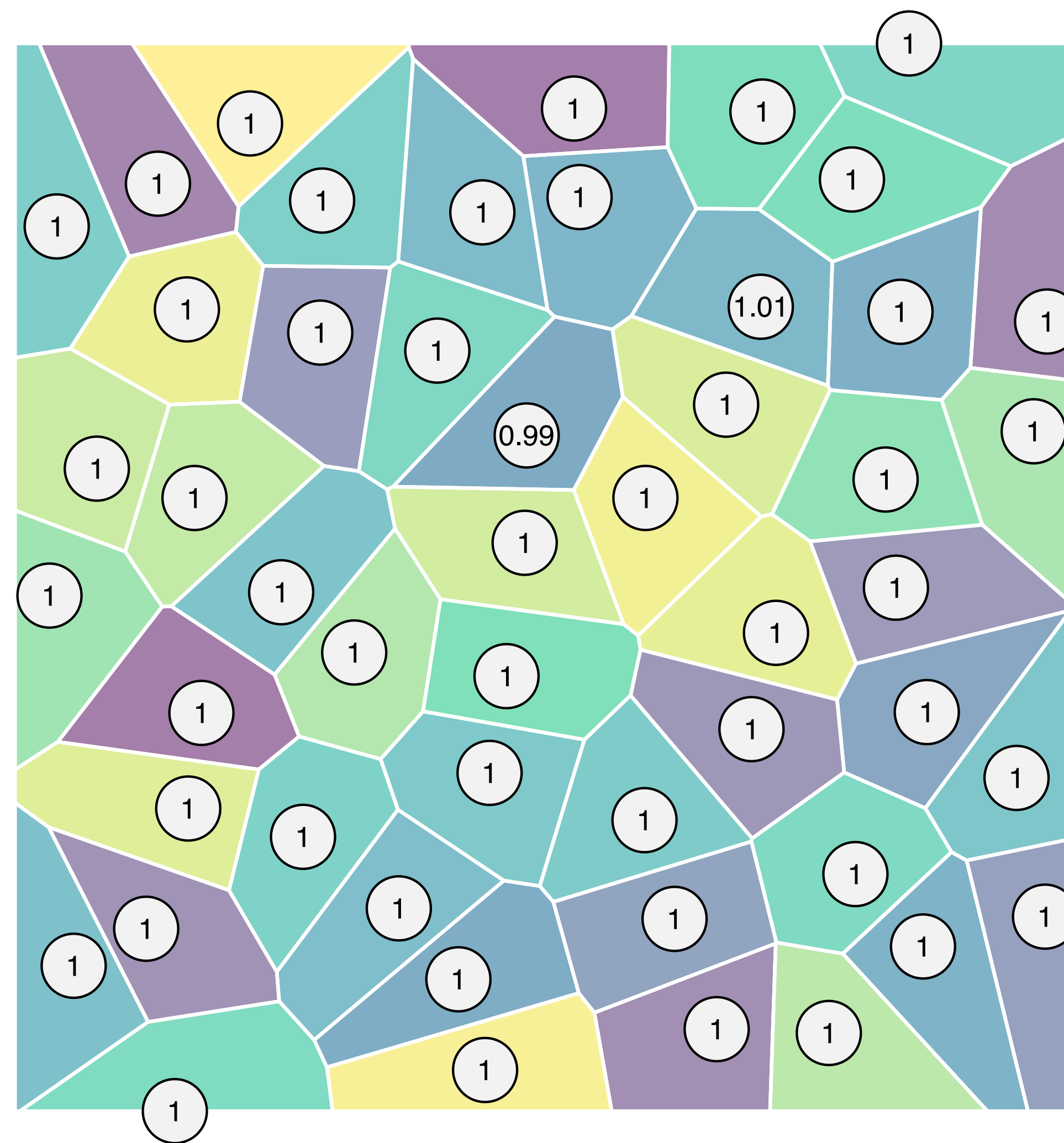
Trečiasis uždavinys: vienodo ploto Voronojaus diagrama

- **Uždavinys be ribojimų.** Rasti K taškų išdėstymą vienetiniame kvadrato taip, kad Voronojaus ląstelės turėtų vienodą plotą



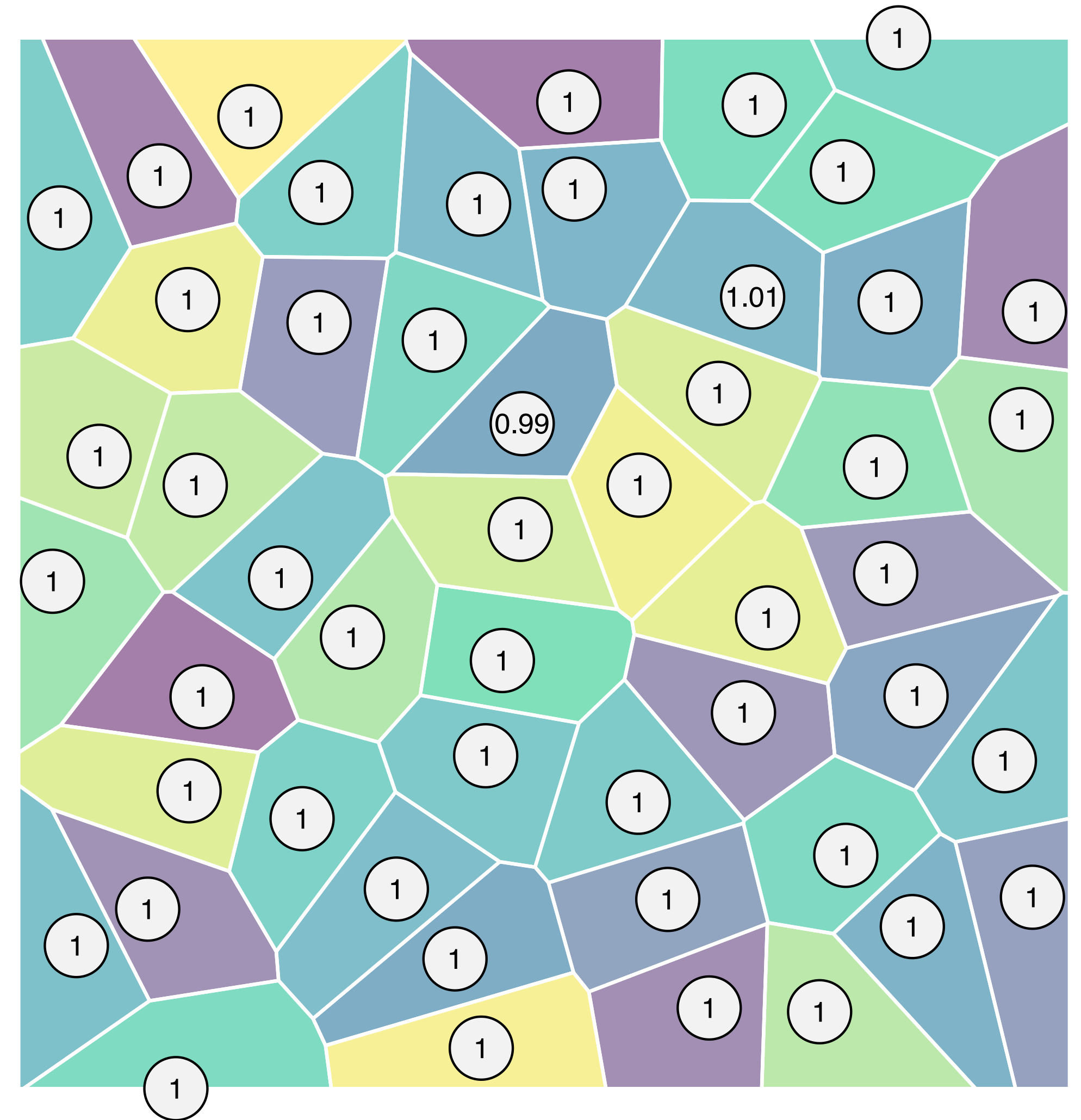
Trečiasis uždavinys: vienodo ploto Voronojaus diagrama

- **Uždavinys be ribojimų.** Rasti K taškų išdėstymą vienetiniame kvadrato taip, kad Voronojaus ląstelės turėtų vienodą plotą



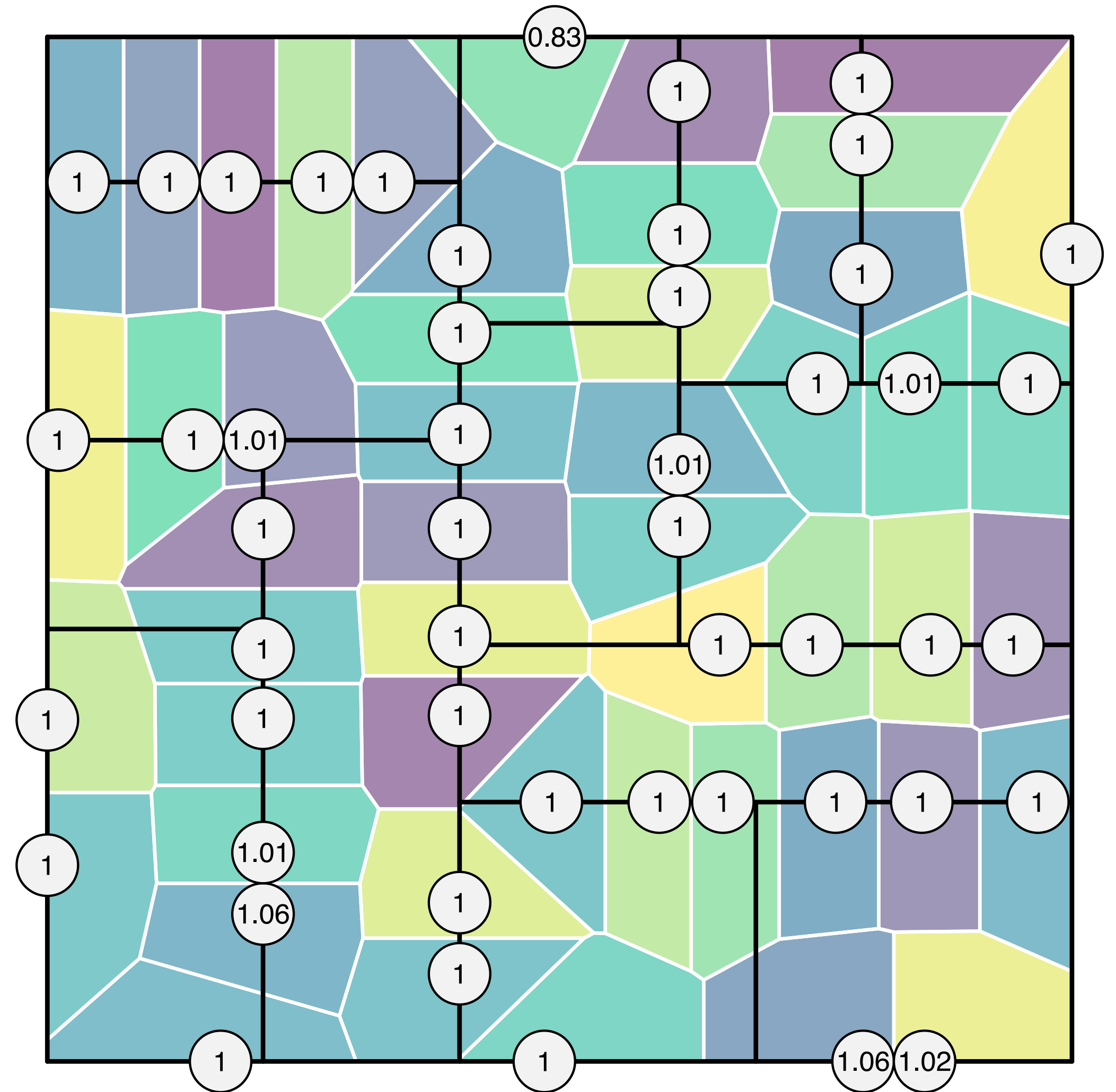
Trečiasis uždavinys: vienodo ploto Voronojaus diagrama

- **Uždavinys be ribojimų.** Rasti K taškų išdėstymą vienetiniame kvadrato taip, kad Voronojaus ląstelės turėtų vienodą plotą
- **Uždavinys su ribojimais.** Rasti K taškų išdėstymą vienetiniame kvadrato laikantis ribojimo $Q_k \in \mathcal{R}^U$ taip, kad Voronojaus ląstelės turėtų vienodą plotą



Trečiasis uždavinys: vienodo ploto Voronojaus diagrama

- **Uždavinys be ribojimų.** Rasti K taškų išdėstymą vienetiniame kvadrato taip, kad Voronojaus ląstelės turėtų vienodą plotą
- **Uždavinys su ribojimais.** Rasti K taškų išdėstymą vienetiniame kvadrato laikantis ribojimo $Q_k \in \mathcal{R}^U$ taip, kad Voronojaus ląstelės turėtų vienodą plotą



Ačiū už dėmesį!

